OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	豊田浩七氏ノ論文ヲ讀ミテ
Author(s)	吉田, 耕作
Citation	全国紙上数学談話会. 1937, 139, p. 138-140
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74543
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

618. 豊田浩七氏ノ論文ヲ讀ミテ

吉田　耕作（阪大）

R ヲ距離附ケラレタ環トシ $X, U \in R$ 且ツ實數 α ノ小サイトキ

$$\begin{cases} \exp(X+\alpha U) = (\exp X)\{E+\alpha\varphi(U,X)+O(\alpha^2)\}, \\ \qquad\qquad E\text{ハ}R\text{ノ単位} \\ \varphi(U,X) = \dfrac{U}{\lfloor 1} + \dfrac{[U,X]}{\lfloor 2} + \dfrac{[[U,X],X]}{\lfloor 3} + \cdots\cdots \end{cases}$$

ガ成立スル（前談話 607）。コヽニ $[U,X] = UX - XU$.

今ヨリ R ニ横ハル Lie-ring トシ其ノ base ヲ $X_1, X_2, \cdots\cdots, X_r$ トスル：

$$[X_i, X_j] = \sum_{k=1}^{r} c_{ijk} X_k. \quad U = \sum_{i=1}^{r} t_i X_i, \quad X = \sum_{i=1}^{r} s_i X_i$$

トオケバ上式カラ

$$\begin{cases} \varphi(U,X) = \| X_1, X_2, \cdots\cdots, X_r \| \left\| \dfrac{e^{H(s)} - E}{H(s)} \right\| \left\| \begin{matrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_r \end{matrix} \right\| \\ H(s) = \| h_{ki}(s) \|, \quad h_{ki}(s) = \sum_{j=1}^{r} s_j c_{ijk} \end{cases}$$

ヲ得ル。

倘テ今 $f_1(x), \cdots\cdots, f_n(x)$ ヲ $x=0$ デ 0 ニナル如キ $x=0$ ノ近傍デノ実数値解析函数トスル。然ラバ

$$\exp\left\{\sum_{i=1}^{r} f_i(x+\Delta x)X_i\right\}$$

$$= \exp\left\{\sum_{i=1}^{r} f_i(x)X_i + \Delta x \sum_{i=1}^{r}\left(f_i'(x)+O(\Delta x)\right)X_i\right\}$$

ニ上式ヲ應用スレバ

$$F(x) = \exp\left\{\sum_{i=1}^{r} f_i(x)X_i\right\} \text{ ハ}$$

$$\frac{dF(x)}{dx} = F(x)\cdot\left\{\|X_1, \cdots\cdots, X_n\| \left\| \frac{e^{H(f(x))}-E}{H(f(x))} \right\| \left\| \begin{matrix} f_1'(x) \\ \vdots \\ f_n'(x) \end{matrix} \right\| \right\}$$

ヲ満足スルコトガワカル。ヨツテ任意ニ $x=0$ ノ近傍デノ實数値解析函数 $g_1(x), \cdots\cdots, g_n(x)$ ヲ與ヘタトキ

$$\left\| \frac{e^{H(f(x))}-E}{H(f(x))} \right\| \left\| \begin{matrix} f_1'(x) \\ \vdots \\ f_n'(x) \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} g_1(x) \\ \vdots \\ g_n(x) \end{matrix} \right\|$$

ヲ解イテ $x=0$ デ 0 ニナル $x=0$ ノ近傍デノ実数値解析函数 $f_1(x), \cdots\cdots, f_n(x)$ ヲ求ムレバ（求メ得ルコトハ上ノ方程式ノ形カラ明カ）

$$\frac{dG(x)}{dx} = G(x)\left\{\sum_{i=1}^{r} g_i(x)X_i\right\}, \quad G(0)=E$$

ナル $G(x)$ ハ $\exp\left(\sum_{i=1}^{r} f_i(x)X_i\right)$ ニ一致スル。

先日塗田浩七氏ノ論文（東北大理科報告25巻1号，2号）ヲ讀ンデ結局ソノ essence ハ上ノ事実（G(x) ガ上ノ如ク exp デ表ハサレル）ニアルヤウニ思ハレマシタノデコヽニ別証明ヲ試ミタ次第デス。