



Title	相對幾何雜話
Author(s)	松村, 宗治
Citation	全国紙上数学談話会. 1937, 140, p. 168-172
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74548
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

623. 相對幾何雜話

松村 宗治 (台北大)

(I) 相等的距離 d = 對シテハ *Stüss* 氏ノ論文記号ヲ採用シテ

$$(1) \quad d = \sqrt{g_1 g_2 (\varphi_1 - \varphi_2)^2}$$

が成立ツ、記号ハ普通ノ通りデアル。

今 d ヲ變形スルタメ $= g_1, g_2$ ノ比例中項ヲ $g_{1,2}$ トスレバ (1)ハ

$$(2) \quad d = \sqrt{g_{1,2}^2 (\varphi_1 - \varphi_2)^2}$$

トナル、(2)ハ

$$(3) \quad d^2 = g_{1,2}^2 (\varphi_1 - \varphi_2)^2$$

即チ

$$(4) \quad d = \varepsilon g_{1,2} (\varphi_1 - \varphi_2)$$

トナル、コゝニ ε ハ ± 1 デアル。

(4)ハ d = 對スルーツノ表式デアル。

又 (1)ヨリ

$$(5) \quad \frac{g_1(\varphi_1 - \varphi_2)}{d} = \frac{d}{g_2(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

つまり d は $g_1(\varphi_1 - \varphi_2)$, $g_2(\varphi_1 - \varphi_2)$ の比例中項である。

$P_i(\varphi_i)$, ($i=1, 2, \dots, n$) 及び $P_0(\varphi_0)$ をバ相異なる卵形線上ノ点トシ, g_k , ($k=0, 1, 2, \dots, n$) をバ基本卵形線ノソレ等ノ点ニ對スル *supporting lines* ノ函数トシ

$$(6) \quad \sum d = \text{Mini.}$$

ナル様ニセシハ

$$(7) \quad \sum_{i=1}^n g_0 g_i (\varphi_0 - \varphi_i)^2 = \text{Mini.}$$

トセバ可ナリ、サテ φ_i ハ與ヘラレタリトシ (7) を充ス様ニ φ_0 を求めシハ (7) より求めルトヨイ。

(II) 相對的弧 $\widehat{\alpha}$ ノ長サハ

$$(8) \quad \widehat{\alpha} = g_{1,2} \left\{ \overbrace{\varphi_1, \varphi_2} \right\}$$

デアルコトガ (3) カラハル。

コトニ $\left\{ \overbrace{\varphi_1, \varphi_2} \right\}$ ハ点 φ_1 ト φ_2 ノ間ノ弧ノ長サデアル。

(III) 從ツテ相對的周圓モ計算出來ル。

(IV) 次ニ相對的弧ノ長サガ一定ノトキニ相對的弦ガ亦同時ニ一定ナルモノハ何カトイフニ上ノ計算ヨリ普通ノ弧ノ長サ一定ニシテ同時ニ普通ノ弦ガ一定ナルカラ普通

ノ円 = ナル。

(V) 曲線 $\mathcal{C}$ ヲバ変ヘナイデ基本卵形線 $\mathcal{M}$ ヲカヘルト
相對的距離 $\overline{d}$ ハ次ノ様 = ナル。

$$(9) \quad \overline{d} = \sqrt{Q_1 Q_2 (\mathcal{C}_1 - \mathcal{C}_2)^2}$$

ソコデ (1), (9) ヨリ

$$(10) \quad \frac{d^2}{\overline{d}^2} = \frac{q_1 q_2}{Q_1 Q_2}$$

デアル、ツマリ (10) = ヨリ 相對的距離ノ平方ノ比ガ分ル。

(VI) $\mathcal{Y} = \mathcal{C} + \rho \overline{\xi}_2$ ナル点ヲ考ヘ、コレヲ A 中心ト
名ツケル。

サテ $\mathcal{C}$ ヘノ切線ヘ A 中心カラノ距離ヲ ρ トセバ

$$\rho = \frac{p}{q} = \frac{((\mathcal{Y} - \mathcal{C}) \overline{\xi}_2)}{q} = \frac{\rho (\overline{\xi}_2 \overline{\xi}_2)}{q} = \frac{\rho}{q}$$

トナル。

コト $= \overline{\xi}_2$ ハ *normal* ノ方向ヘノ *unit vector*
デアリ、 ρ ハ *R.-Abstand*, q ハ $\mathcal{M}$ 曲線上ノ對應点
ニ於ケル切線ヘ原点ヨリノ垂直距離デアルコトハ普通ノ通り
デアル。

(VII) $\mathcal{C}_1$ ト $\mathcal{C}_2$ トノ間ノ相對的距離ガ一定ナラバ

$$\mathcal{C}_1 - \mathcal{C}_2 = \pm \frac{\text{const.}}{\sqrt{q_1 q_2}}$$

デアル。ツマリ $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2$ ハ相對的平行曲線トスル。

ソレ故ニ x, y 各ヲ頂点トスル三角形ノ面積 f ハ次
ノ様 = ナル。

$$f = \frac{1}{2} \sin \omega \left(\frac{\text{const.}}{\sqrt{g(t)g(x)}}, \frac{\text{const.}}{\sqrt{g(y)g(x)}} \right)$$

$\omega = g(t)$ ハ t 点ニ對應スル g 値ニ相當スル g ノ値ヲアリ,

ω ハニツノ座標軸ノ間ノ角デアル。

尚, 行列式

$$\begin{vmatrix} x_1 - x_2 & x_2 - x_1 \\ y_1 - y_2 & y_2 - y_1 \end{vmatrix}$$

ヲバ

$$(x - x_1, y - y_1)$$

ヲ表ハシタ。

(VIII) S ヲ r -curve length トシ一 η 点 $\eta_0 = \bar{\eta}_0$ ヲ
交ハルニツノ曲線 $C, \bar{C}$ ヲ考ヘル、而シテコノ曲線ヲバ

$$\eta(S) = \eta_0 + \eta'_0 S + \frac{\eta''_0}{2} S^2 + \dots,$$

$$\bar{\eta}(S) = \bar{\eta}_0 + \bar{\eta}'_0 S + \frac{\bar{\eta}''_0}{2} S^2 + \dots$$

トスル、此ニ曲線ガ相對的空間デ η_0 デ n 次ノ切触ヲナス為
メノ條件ハ

$$\eta'_0 = \bar{\eta}'_0, \dots, \eta^{(n-1)}_0 = \bar{\eta}^{(n-1)}_0, \eta^{(n)}_0 \neq \bar{\eta}^{(n)}_0, (n > 1)$$

デアル。

亦相對的空間デ $\bar{C}$ = 對スル拋物線ノ一般式ハ明=

$$\bar{\eta} = \bar{\eta}_0 + \bar{\eta}'_0 S + \bar{\eta}''_0 \frac{S^2}{2}$$

デアル。

今特ニ曲線 C

$$y = y_0 + y'_0 S + y''_0 \frac{S^2}{2} + \dots$$

ト点 y_0 デ少クトモ三次ノ切觸ヲナスヤリナ拋物線ヲ考ヘレ
バコノ様ナ拋物線 $\bar{C}$ ハ唯一ツ存在スル。

コノトキ $\bar{C}$ ノ式ハ

$$\bar{y} = y_0 + y'_0 S + y''_0 \frac{S^2}{2}$$

デアツテコレヲ y_0 = 於ケル C ノ切觸點物線トイフコトハ普
通ノ微分幾何ニ於ケルカ如シ。

尚進ンデ普通ノ微分幾何ニ於ケル此ノ方面ノ研究ニ相似
ノ研究ニシテ然モ相對微分幾何學上有益ナル研究ハ如何。