



Title	領域ノ移動ニヨル Dirichlet ノ問題ノ解ノ変化ニツイテ (續)
Author(s)	井上, 正雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1937, 142, p. 193-199
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74554
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

629. 領域ノ移動ニヨル *Dirichlet* ノ問題ノ解ノ変化ニツイテ (續)

井 上 正 雄 (阪大)

本誌第136号603ニツイテ *Dirichlet* ノ問題ノ解 (*generalised*) ヲ領域ノ一種ノ汎函数ト考ヘテ連続タルタメノ収斂領域ノ満足スベキ一條件トシテ次ノモノヲ與ヘタ。

(C): Ω (有界領域) ノ *regular* + 境界点 p = タイテ充分先ノ Ω_n ノ境界 Σ_n 上ニ夫ノ境界点 p_n ヲ次ノ如ク撰ブコトが出来ル。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_n = p$$

且ツ $\bigcap_{n \geq N} E_{\Omega_n, p_n}$ が原点ヲ端点トスルーツノ線分ヲ含ム,

コソ = E_{Ω_n, p_n} ハ Ω_n ノ p_n ヲ原点トスル *projection* デアル。

ソシテ " $\lim_{n \rightarrow \infty} \Omega_n = \Omega$ ナル *regular domain*"⁽¹⁾ ノ系列 $\{\Omega_n\}$ が条件 (C) ヲ満足シテオレバ, $\{\Omega_n\}$ ノ性質 W ヲ有ス" コトヲ証明シタ。

性質 W ヲ有スルトハ Ω_n = 関スル *Dirichlet* ノ問題ノ解ガ Ω = 関スル *Dirichlet* ノ問題ノ解 (*generalised*)

(1) 前号デハ *normal domain* ト云ツタ。

＝收斂スル性質デアル。

ソシテ又次ノコトモ述べテオイヌ。

“ Ω ヲ有限次連結領域トスルトキ、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \Omega_n = \Omega$
且ツ Ω_n ノ連結度が有界ナラバ、 $\{\Omega_n\}$ ハ性質Wヲ
有ス。”

シカシナガフ之レ＝ハ証明ヲ與ヘナカツヌ。コゝ＝コノ証明
ヲ述ベルコト＝シヌウ。ソノタメ $\lim_{n \rightarrow \infty} \Omega_n = \Omega$ ノ定義ヲ次
ノ如ク修正シテ述べテ置ク。

点々ノ適當ナーツノ近傍ヲ画ケバコレガ充分先ノスベテ
ノ領域＝含マレルトキ、カゝル点ノ集合ヲソノ領域系ノ
核ト呼ビ、 $\{\Omega_n\}$ ノ如何ナル部分系列モ常＝核トシテ
 Ω ヲ持テ、且ツ Ω ノ外点ハ充分先ノスベテ Ω_n ノ
外部＝含マレルトキ⁽²⁾ $\lim_{n \rightarrow \infty} \Omega_n = \Omega$ トスル。

サテ上述ノ定理ノ証明ノタメ＝先ツ $\{\Omega_n\}$ ノ任意ノ部分系
列 $\{\Omega_{n''}\}$ カラ、 Ω ノregularナ境界点 p ＝ヲイテ
條件(C)ヲ満足スルヌウナ部分系列 $\{\Omega_{n''}\}$ ガ常＝撰ベル
コトヲ証明スル。

Ω ハ有界ナ有限次連結領域デアルカラ、ソノregular
ナ境界点 p ハーツノKontinuum＝含マレテイル筈デ
アル。ヨツテ $\rho(E_\Omega, p) \geq \delta$ ナル正数 δ ガ存在スル、コ
ゝ＝ $\rho(E_\Omega, p)$ ハ E_Ω, p ノウチ原点ヲ端点トスル線分ノ長
サヲ示スモノトス。

2) コノ補正ハコノ談話デハ直接＝ハ必要デハナイノデアル。

コノトキ, 充分大ナル $n' =$ 對シテ

$$\rho(E_{\Omega_{n'}}, p_{n'}) \geq \frac{\delta}{4}$$

ナル $\Omega_{n'}$ / *regular* ナ境界点ノ系列 $\{p_{n'}\}$ ナ若シ
 $\lim_{n' \rightarrow \infty} p_{n'} = p$ ナル如ク撰ブコトが出来レバコレが求ムル
 モノトナル。ヨツテカク撰ブコトが出来ナイモノト假定シマ
 ヲ。シカラバ次ノ如キ $\frac{\delta}{2}$ ヨリ小ナル正数 δ_1 及ビ部分系列
 $\{\Omega_{n''}\}$ が存在シナケレバナラヌ。

$\Omega_{n''}$ ノ $\rho(E_{\Omega_{n''}}, p_{n''}) \geq \frac{\delta}{4}$ ナルスベテノ $p_{n''}$ 及ビス
 ベテノ $n'' =$ 對シテ

$$|p_{n''} - p| > \delta_1$$

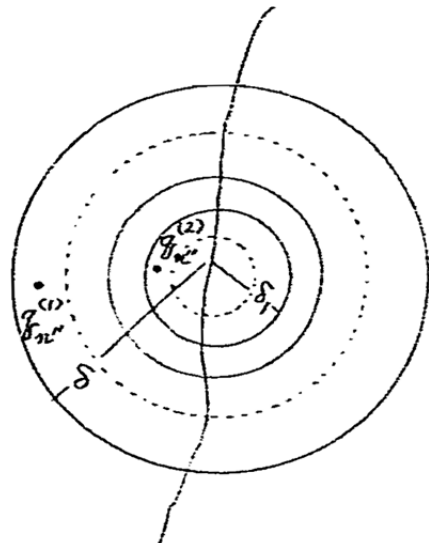
一方ニテ, 充分大ナル $n'' =$ 對シテ, $\Omega_{n''}$ ハ

$$|q_{n''}^{(1)} - p| \geq \frac{3\delta}{4}$$

ナル少ナクトモ一ツノ境界点 $q_{n''}^{(1)}$ 及ビ $\frac{3\delta_1}{4} \leq |q_{n''}^{(2)} - p| \leq \delta_1$
 ナルゴトキ少ナクトモ一ツノ境界点 $q_{n''}^{(2)}$ ナ持タネバナラヌ。^(*)
 シカモコノ $q_{n''}^{(1)}$ 及ビ $q_{n''}^{(2)}$ ハ一ツノ *Kontinuum* デハ結バ
 レ得ナイ筈デアアル。

コノ方法ヲ再ビ円 $|q - p| \leq \delta_1$
 及ビ系列 $\{\Omega_{n''}\} =$ 繰リ返
 ス。即 $\rho(E_{\Omega_{n''}}, p_{n''}) \geq \frac{\delta_1}{4}$
 ナル $\Omega_{n''}$ / *regular* ナ
 境界点 $p_{n''}$ ノ系列ヲ

$\lim_{n'' \rightarrow \infty} p_{n''} = p$ ナル如ク撰ブ



コトが出来れば、コレが求めらるモノトナルカラコノコトヲ否定スレバ更ニ又 $\frac{\delta_1}{2}$ より小ナル正数 δ_2 及部分系列 $\{\Omega_{n'''}\}$ ヲ撰ンデ $\Omega_{n'''} \cap \rho(E_{\Omega_{n'''}, p_{n'''}}) \geq \frac{\delta_1}{4}$ ナルスベテノ $p_{n'''} \in \Omega_{n'''}$ 及ビスベテノ $n''' = \infty$ シテ $|p_{n'''} - p| > \delta_2$ ナル如クスルコトが出来ル。

ソノトキ充分先ノ $n''' = \infty$ シテ、 $\Omega_{n'''} \cap |g_{n'''}^{(2)} - p| \geq \frac{3}{4}\delta_1$ ナル少クトモ一ツノ境界点 $g_{n'''}^{(2)}$ 及ビ

$$\frac{3}{4}\delta_2 \leq |g_{n'''}^{(3)} - p| \leq \delta_2$$

ナル如キ少クトモ一ツノ境界点 $g_{n'''}^{(3)}$ ヲ持タネバナラヌ。^(*) シカモ $\Omega_{n'''} = g_{n'''}^{(2)} \cup g_{n'''}^{(3)}$ トハ一ツノ *Kontinuum* デハ結バレテハイナイ筈デアアル。従ツテ $g_{n'''}^{(1)}, g_{n'''}^{(2)}, g_{n'''}^{(3)}$ ヲ含ム $\Omega_{n'''} \cap$ 境界点集合ハ *separate* シテイルワケデアアル。

モシ最初ノ主張ヲ否定スレバコノコトハ無限回繰リ返サルベキデアアル。シカルニコノコトハ明テカニ $\{\Omega_n\}$ ノ連結度カ有界ナル假定ニ矛盾スルコトナル。ヨツテ $p = \infty$ テ條件(C)ヲ満足スル部分系列ノ常ニ撰ベルコトが解ツタ。

コレサヘ云ヘレバ後ハ容易デアアル。即チ任意ノ部分系列 $\{\Omega_{n'}\} = \infty$ シテ作ツタ $\mathcal{U}(\mathcal{R}, \mathcal{F}, \Omega_{n'})$ ハ一様ニ有界ナ調和函数ノ系列デアアルカラ、コレカラ適當ニ部分系列(コノ系列ヲ矢張り $\{\Omega_{n'}\}$ デ表ハシテオカウ)ヲ撰ンデ Ω 内デノ有界ナ調和函数 $\mathcal{U}(\mathcal{R}) = \infty$ (廣義ノ) 收斂サスコトが出来ル。

最初ノ $\{\Omega_{n'}\}$ が任意デアアルカラ証明ノタメニハ

$$\mathcal{U}(z) = \mathcal{U}(z, \mathcal{F}, \Omega)$$

ナルコトヲサヘ証明スレバ充分デアル。

若シ $\mathcal{U}(z) \neq \mathcal{U}(z, \mathcal{F}, \Omega)$ トスレバ

$\lim_{z \rightarrow p} \mathcal{U}(z)$ 或 $\overline{\lim_{z \rightarrow p} \mathcal{U}(z)}$ ノドレカニ $\mathcal{F}(p) = f(p)$ ト一致

シナイヌウナ Ω ノ *regular* ナ境界点 p が存在シナケレバナラヌ。シカルニ一方 p ニツイテハ $\{\Omega_n\}$ ノ部分系列 $\{\Omega_{n''}\}$ ヲ撰ンテ條件 (C) ヲ満足サスコトが出来ルノデアルカラ從ツテ $\{\Omega_{n''}\}$ ニ定義サレル函数即チ $\mathcal{U}(z)$ ハ

$\lim_{z \rightarrow p} \mathcal{U}(z) = f(p)$ トナラナケレバナラヌ。コレハ明ラカニ矛盾デアル。

ヨツテ

$$\mathcal{U}(z) \equiv \mathcal{U}(z, \mathcal{F}, \Omega).$$

即チ $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathcal{U}(z, \mathcal{F}, \Omega_n) = \mathcal{U}(z, \mathcal{F}, \Omega)$

ナルコトが証明サレタ。

(証明了)

以上ノ証明デモナル通り $\lim_{n \rightarrow \infty} \Omega_n = \Omega$ ノ定義ニツイテ「如何ナル部分系列 モ核トシテ Ω ヲ持ツ」トシタコトノ意味が了解サレルモノト思フ。特ニ (※) ナルトコロニソノ必要ヲ感ズルワケデアル。コレヲ「 $\{\Omega_n\}$ が核トシテ Ω ヲ持ツ」トシテハ駄目デアルコトハ勿論デアル。例ヘベーツノ線分ノ *cut* ノ入ツヌヌウナ領域ニ對シコノ線分ニ孤立境界点ニヨツテ領域ヲ收斂サヌ場合ヲ考ヘレバ直チニ解ルコトデアル。

猶、コノ機會ニ一言辯明シタイコトガアル。ソレハ 137
 号 609 = ヲイテ、談話 603 ノ結果ヲ使ヒ、93 号 419
 = ヲイテ作ツタ *regular* + 境界点ノ一例ヲ *Raynor*
 ノ條件ニアテハマラナイヤウニ *modify* シタノデアアルガ、
 コレハ又 *Wiener* ノ條件ニ當嵌ルコトガ解ツタ。 *Wiener*
 ノ判定條件ハ点集合ノ *capacity* = モヨルモノデアアルガ
 平面ノ場合ハ又ソノ超越直徑 = モ等シイ筈デアアル。ソコデ
 609 = オケル境界 Σ_n^* ノ *Capacity* ヲコノ両端ヲ通ル
 直線ノ *Capacity* 即チ超越直徑デ下カラ *Abschätzung*
 ヲヤリシレニテ判定條件ニアテハマレバヨイコトガ解ツタ。
 ソコデコノコトガ出来ナイヤウニフルタメニ Σ_n^* = 充分少
 サク *cut* ヲ入レテオケ、ヨイコトガ解ル。 *cut* ハ原点ニ
 ヲケル $H(z)$, $H^*(z)$ ノ値ガ n トトモ $= 0$ = ナルヤウニ
 入レレバヨイワケデ。コノコトノ出来ルコトハ 603 = ヲケ
 ル最後ノ結果即チコノ談話ニヲケル結果ヲ使ヘバヨイ。

コノ例ニヨイテ Σ_n^* ノ一端ノ *argument* ヲ n トト
 モニ増サズニアレ一定ノ角ニトメテオイテモ結果ハ同シデア
 ル——シカシコノコトノタメニハ *Raynor* ノ判定條件
 ヲ一度使ハネバナラス。

兎角、コノヤウナコトハ極クツマヲナイ話デアリ、コソ
 ナコトヲ度々紙上ヲウツメテイルコトヲ御詫ビイタシマ
 ス。

又 141 号 609 = ヲケル *Raynor* ノ判定條件中

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m(\Omega \cdot C_n)}{r_n} = 0$$

トアノハ、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m(\Omega \cdot C_n)}{r_n} \neq 1$$

, mis. print $\neq \lambda_0$.