



Title	円, 球ノ幾何ニツイテ
Author(s)	松村, 宗治
Citation	全国紙上数学談話会. 1937, 144, p. 259-263
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74568
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

643. 円, 球ノ幾何ニツイテ

松 村 宗 治 (台北大)

(I) R_3 内ニ円 $\tilde{C}$, $\overline{C}$ ガアリ $\tilde{C}$ ヲ通ル球 $\tilde{S}$ ガ $\overline{C}$ トナス角ヲ φ トセバ

$$(1) \quad \cos^2 \varphi = T^{\alpha\beta} \rho_\alpha \rho_\beta$$

ナルコトヲ前 = 自分ハコゝデモ述べタ、コゝニ

$$(2) \quad A^{\alpha\beta} \rho_\alpha \rho_\beta = 1$$

デアアル、サテ φ が φ_0 ナル與値ヲトレバ $\cos^2 \varphi_0 = K^2$ ト
オキ

$$(3) \quad (T^{\alpha\beta} - K^2 A^{\alpha\beta}) \rho_\alpha \rho_\beta = 0$$

デアアル。(3) ヨリ $\rho_1 : \rho_2$ ノ値ガニツ求マル、ソレヲ

$$\alpha : \beta ; \quad \bar{\alpha} : \bar{\beta}$$

トシ

$$(4) \quad D = \frac{\alpha}{\beta} : \frac{\bar{\alpha}}{\bar{\beta}}$$

トオケバ此 D ヲバ $T^{\alpha\beta}$, K , $A^{\alpha\beta}$ デ表ハレ得ベクソノ D
ヨリ

$$(5) \quad \frac{1}{2} \log D$$

ヲツクリテ之レヲ φ^I, φ^{II} ノ *Entfernung* ト稱シソレヲ
 $\ell(\varphi^I, \varphi^{II})$ デ表ス。

ツマリ

$$(6) \quad \ell(\varphi^I, \varphi^{II}) = \frac{1}{2} \log \frac{\{T'^2 - K^2 A'^2\}^2}{\{T'' - K^2 A''\} \{T^{22} - K^2 A^{22}\}}$$

デアアル。

サテ α, β ヲすから一トシテ三ツノ球 $\varphi, \bar{\varphi}, \varphi\bar{\varphi}$ = 對
シテ

$$(7) \quad \varphi\bar{\varphi} = \alpha \varphi + \beta \bar{\varphi}$$

ナラバ

$$(8) \quad l(y, z) + l(z, w) + l(w, y) = 0$$

が成立ツ。

ツマリ線分、additive Eigenschaft が成立スル
ノデアル。

(II) 今 Kreisfläche 上 = (c), (t) 曲線ヲ考ヘ尚
別ニ

$$(1) \quad \frac{dc}{dt} = \alpha$$

ナル曲線ヲ考ヘル。コノ最後ノ曲線ヲ C ト名ツケル、今 (c),
(t) 曲線ノ間ノ角ヲ ω トシ φ ヲビ (c) 曲線ト C トノナス角
トセバ

$$(2) \quad \frac{\sqrt{(\theta_c \theta_t)} dc}{\sqrt{(\theta_t \theta_t)} dt} = \frac{\sqrt{(\theta_c \theta_t)}}{\sqrt{(\theta_t \theta_t)}} \alpha = \frac{\sin \varphi}{\sin(\omega - \varphi)} = \frac{\sqrt{(\theta_t \theta_t)(\theta_c \theta_c)}}{H \cot \varphi - (\theta_t \theta_c)}$$

デアル、コゝニ

$$(3) \quad H = \sqrt{(\theta_t \theta_t)(\theta_c \theta_c) - (\theta_t \theta_c)^2}$$

デアル。

ソコデ

$$(4) \quad \tan \varphi = \frac{H \alpha}{(\theta_t \theta_t) + (\theta_t \theta_c) \alpha}$$

が成リ立ツ、ソコデ φ_1, φ_2 ナルニツノ値ヲ φ がトリシ時
ノ C ノ値ヲ c_1, c_2 トシ、ソレニ對應スル α ノ値ヲ α_1, α_2
トセバ

$$(5) \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \tan^{-1} \left\{ \frac{H(\alpha_1 - \alpha_2)}{(\theta_t \theta_t) + (\theta_t \theta_c)(\alpha_1 + \alpha_2) + (\theta_c \theta_c) \alpha_1 \alpha_2} \right\}$$

デアル。

$$\text{尚 } \alpha = -\frac{(\theta_t \theta_t)}{(\theta_t \theta_c)} \text{ ナル場合} = \pi \rho = \frac{\pi}{2} \text{ トナリ } C \text{ ハ次}$$

ノ様 = ナル。

$$(b) \frac{d\tau}{dt} = -\frac{(\theta_t \theta_t)}{(\theta_t \theta_c)}$$

以上拙著台北大學理農學部紀要第二卷第一号ト *Ann. of Math.* 23, p. 53 = 於ケル *Whittemore* ノ論文トヲ比較スベヨイ。

(III) *Asymptotic lines on the first sheet of the centro-surface* ハ下ノ様 = ナル。

$$(\theta_t \theta_t) \alpha_1 \beta^2 dt^2 - (\theta_c \theta_c) \beta_1 \alpha^2 d\tau^2 = 0$$

但シ此ノ時原表面ハ円系表面ノ場合デアル。同様 = *second sheet* = 對スル *Asymptotic lines* ノ式ハ

$$(\theta_t \theta_t) \alpha_2 \beta^2 dt^2 - (\theta_c \theta_c) \beta_2 \alpha^2 d\tau^2 = 0$$

デアル。

尚、亦円系表面ガアツテ其ノ *centro-surface* ノ *first sheet* ノ上ノ *lines of curvature* ノ式ハ下ノ様デアル。

$$\begin{aligned} & (\theta_t \theta_t) \beta^2 \alpha_1 \alpha_2 dt^2 + (\theta_c \theta_c) \alpha^2 \alpha_2 \beta_1 d\tau^2 \\ & + \{ (\theta_t \theta_t) \beta^2 \alpha_2^2 + (\theta_c \theta_c) \alpha^2 \alpha_1 \beta_1, \\ & + (\theta_t \theta_t) (\theta_c \theta_c) (\alpha - \beta)^2 dt d\tau = 0 \end{aligned}$$

デアル。 *second sheet* ノ上ノ ϵ / ϵ 同様 = ナル。 $\alpha, \beta, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ = ヲイテハ *Weatherburn: Diff. Geo. I,*

p. 156, p. 154 を見ラレベシ。

(IV) 円系表面上 = 測地曲線

$$(1) \mu(t, \tau) = \text{const.}$$

が與ヘラレソレ = 垂直ナル方向 ($d\tau: dt$) = 向ツテハ

$$(2) \left\{ (\theta_t \theta_t) \mu_\tau - (\theta_t \theta_\tau) \mu_t \right\} dt + \left\{ (\theta_\tau \theta_\tau) \mu_t - (\theta_\tau \theta_t) \mu_\tau \right\} dt = 0$$

が成立ツ。Scheffers: *Theorie der Flächen* (1922), S. 499 を参考シタ。

(2) = 於ケル ($d\tau: dt$) が

$$(3) (\theta_t \theta_t) \left(\frac{dt}{d\tau} \right)^2 + 2(\theta_t \theta_\tau) \left(\frac{dt}{d\tau} \right) + (\theta_\tau \theta_\tau) = 0$$

ヲ満足セバ

$$(4) (\theta_t \theta_t) \left\{ \frac{(\theta_t \theta_\tau) \mu_\tau - (\theta_\tau \theta_t) \mu_t}{(\theta_t \theta_\tau) \mu_t - (\theta_t \theta_t) \mu_\tau} \right\}^2 + 2(\theta_t \theta_\tau) \left\{ \frac{(\theta_t \theta_\tau) \mu_\tau - (\theta_\tau \theta_t) \mu_t}{(\theta_t \theta_\tau) \mu_t - (\theta_t \theta_t) \mu_\tau} \right\} + (\theta_\tau \theta_\tau) = 0$$

デアル。 (4) ハ (1) = *orthogonalen Trajektorien* が極小曲線ナル條件デアル。