



Title	代數函數ノ Riermann面ニツイテ
Author(s)	河田, 敬義
Citation	全国紙上数学談話会. 1937, 146, p. 286-298
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74574
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

649. 代数函数 / Riemann 面 = ツイテ

河 田 敬 義 (東大學生)

函数論ヲ代数函数ノ Riemann 面ヲツクルトキニハ、ソノ解析性ニヨツテ、解析接続等ノ理論ヲ用ヒテキマスガ、單ニ Riemann 面ノ Topologie ガケヲ考ヘルナラバニツト簡單ナ抽象的ナ性質カラ得ラレルノデハナイカトイフコトヲ考ヘタイト思ヒマス。

ヨク知ラレテキルコトハ x ノ代数函数 y ノ Riemann 面 $\mathcal{R}_y$ = 屬スル有理型函数ノ全体ガ丁度代数函数体 $K = \mathbb{C}(x, y)$, ($\mathbb{C}$ ハ複素数体) トナレコト、又ビソノ Riemann 面 $\mathcal{R}_K$ ノ点ト K ノ $\mathbb{C}$ ノ元ヲ Einheit トスル Bewertung $\mathcal{P}$ トガ一對一ニ對應スルトイフコトデス。コレニ基イテ K ノスベテノ元 α ノ $\mathcal{P}$ = 於ケル値ガ $\mathcal{P}$ ノ連続函数ニナルヤウニ $\mathcal{P}$ ノ全体ニ Topologie ヲ導入シメウト思ヒマス。目標ハ $\mathcal{R}_K$ ガ geschlossene Fläche (Weyl ノイフトコロ) ニナルトイフコトデス。以下次第ニ Axiom ヲタテ順次ニ

導ヲト思ヒマス。

(以下ハ末綱先生御指導ノセミナーニ於テ生ジタモノ
デス。)

- (1) k が algebraisch abgeschlossener Körper,
 $x \in k$ 上 = transzendent, $y \in \Omega = k(x)$, 上
 = algebraisch + 元トシテ, $K = k(x, y)$, k , 元
 7 Einheit トスル Bewertung $\mathfrak{p}$ 7 考ヘマス。特
 = $K = \Omega$ ノ場合ニハ $\Gamma = k[x]$, Primideal $\mathfrak{p}_\alpha = (x - \alpha)$,
 $\alpha \in k$, スハ $\Gamma_\infty = k[\frac{1}{x}]$, Primideal $\mathfrak{p}_\infty = (\frac{1}{x}) =$
 ヨル $\mathfrak{p}$ -adische Bewertung トナリマス。一般ニ
 ハ Γ, Γ_∞ = ganz-abhängen スル K ノ元全体ヲ夫
 々 $\mathcal{O}, \mathcal{O}_\infty$ トシマス。 $\mathcal{O}$, Primideal 及ビ $\mathcal{O}_\infty$ ノ
 $\mathfrak{p}_\infty$ 7 割ル Primideal = ヨル $\mathfrak{p}$ -adische Bewertung
 トナリマス。

$\mathfrak{p}$ = 於ケル K ノ各ノ値 $\mathfrak{p}$ 7、 $\mathfrak{p}$ デ $\mathfrak{z} = \sum \alpha_i t^i$,
 $\alpha_i \in k$ ト展開スル時, Pole 7 有スレバ $\mathfrak{z}(\mathfrak{p}) = -\infty$, ソ
 ウデナイ時ニハ $\mathfrak{z}(\mathfrak{p}) = \alpha_0$ ト定義シマス。 今 $\mathfrak{z}(\mathfrak{p}) = \overline{\mathfrak{z}}$
 トオキマス。

$$1) \quad \overline{\mathfrak{z}_1}, \overline{\mathfrak{z}_2} \in k \text{ ナラバ } \overline{\mathfrak{z}_1 \pm \mathfrak{z}_2} = \overline{\mathfrak{z}_1} \pm \overline{\mathfrak{z}_2}, \quad \overline{\mathfrak{z}_1 \cdot \mathfrak{z}_2} = \overline{\mathfrak{z}_1} \cdot \overline{\mathfrak{z}_2}$$

$$2) \quad \mathfrak{z} \in k \text{ ナラバ } \overline{\mathfrak{z}} = \mathfrak{z}$$

$$3) \quad \mathfrak{z} = -\infty \text{ トナルノハ } \overline{(\frac{1}{\mathfrak{z}})} = 0 \text{ ノ時 = 限ル。}$$

が成立シマス。逆ニ

Lemma 1. K ノ元 $\mathfrak{z} = k$ ノ元又ハ ∞ ナル $\overline{\mathfrak{z}}$ が對應シテ

1) 2) 3) が成立テバ, 實ハアル K ノ Bewertung $\mathfrak{p}$ が存

在ッテ $\bar{\sigma} = \sigma(p)$ トナル。

コレハ Weiering. Math. Ann. 106. Zur arithmetischen Theorie der algebraischen Funktionen §2 = 述ベ
テアル事ノ特別ノ場合デス。

(2) $k = \text{Topologie}$ が與ヘラレテ、次ノ條件が成立ッ
トシマス。

(AI) k ハ Hausdorffscher Raum デ 1. Abzähl-
barkeitsaxiom を満足スル。

(AII) $a_i \rightarrow a, b_i \rightarrow b$ + ラバ, $a_i \pm b_i \rightarrow a \pm b,$

$$a_i b_i \rightarrow ab, \frac{a_i}{b_i} \rightarrow \frac{a}{b} \quad (b \neq 0).$$

(AIII) im Kleinen kompakt トナル。

之等ハ k が複素数体ノトキハ満足サレルコトデスガ、逆
ニ之等ノ他ニ 2. Abz. axiom を満足スル alg. abg. +
Körper k ハ algebraisch = ヨリ複素数体シカナイコト
が知ラレテキマス。(コノデ 2. Abz. axiom ハ不要デハ
ナイノデセウカ?)

$a_i \rightarrow \infty$ トハ konvergent + Teilfolge を含マス
コト + シマス ト algebraisch = $\exists$ 0

(III') $a_i \rightarrow \infty$ トナルノハ $\frac{1}{a_i} \rightarrow 0$ ノ時 = 限ル。

が成立シマス。今 $k = \infty$ を加ヘテ $k' = k + \infty$ を kompakt
ニシマス。

Def. K ノ Bewertung p , 全集合 $\mathcal{R}_K$ デ、 K ノスベ
テノ元 $\sigma = \text{ツイテ}$ $\sigma(p_i) \rightarrow \sigma(p)$ + ルトキ $p_i \rightarrow p$ ト

スル。

コノ Def. ハ Lemma 1 ヨリ意味ヲ有シマス。コレ
デ $\mathcal{R}_K$ が Konvergenzraum トシテ Topologie が確
定シマス。

Satz 1. k が複素数体ナラバ上デ定義シタ $\mathcal{R}_K$ ハ通常ノ
Riemann 面ト homöomorph トナル。

⊙ 通常ノ Riemann 面ヲ $\overline{\mathcal{R}_K}$ トシマスト $\overline{\mathcal{R}_K}$ ト $\mathcal{R}_K$ ト
ハ一対一ニ對應シテ, $\overline{\mathcal{R}_K}$ 上デ $\bar{p}_i \rightarrow \bar{p}$ ナラバ
 $\varpi(\bar{p}_i) \rightarrow \varpi(\bar{p})$. 即チ $\bar{p}_i \leftrightarrow p_i \in \mathcal{R}_K$ トシマスト Def.
ヨリ $p_i \rightarrow p$ トナリ $\overline{\mathcal{R}_K} \rightarrow \mathcal{R}_K$ が stetig トナリマス。
シカレ $\overline{\mathcal{R}_K}$ ハ kompakt デスカラコノ對應デ homöo-
morph トナリマス。——

(3) 以下 Def. ト Axiom ガケカラ $\mathcal{R}_K$ ノ性質ヲ順次ニ出
シテ行カウト思ヒマス。

Satz 2. $K = k(x)$ ナラバ $\mathcal{R}_K$ ハ k' ト homöomorph
トナル。

⊙ $p_{\alpha i} \rightarrow p_{\alpha}$ ナラ $x(p_{\alpha i}) = \alpha_i$ ヨリ $\alpha_i \rightarrow \alpha$ トナリマス。
逆ニ $\alpha_i \rightarrow \alpha$ ナラ K ノ元ハ $\varpi = \frac{f(x)}{g(x)}$ ト x ノ Poly-
nom f, g ($(f, g) = 1$) デアラハサレ, $g(\alpha) \neq 0, \neq \infty$
ナラ
$$\varpi(p_i) = \frac{f(\alpha_i)}{g(\alpha_i)} \rightarrow \frac{f(\alpha)}{g(\alpha)} = \varpi(p_{\alpha}).$$

又 $g(\alpha) = 0$ ノ時ハ $\frac{1}{\varpi}$ ヲ考ヘ, $\alpha = \infty$ ナラ x ノカハ
リニ $\frac{1}{x}$ ヲ考ヘレバ, K ノスベテノ元 $\varpi = \frac{1}{\varpi'}$ ナリ

$\varpi(p_{\alpha i}) \rightarrow \varpi(p_{\alpha})$ トナリ, Def. ヨリ $p_{\alpha i} \rightarrow p_{\alpha}$ ト

ナリマス。——

シカ $\mathcal{U} = \mathcal{U}'$ デハ *homogen* デスカラ ($x \leftrightarrow x - a$,
 $x \leftrightarrow \frac{1}{x}$, $\mathcal{U}'$ / 自分自身へ / 対応デ). $\mathcal{R}_K$ / 各点 p /
Umgebung ハ $k, 0$ / *Umgebung* ト *homöomorph*
トナリマス。

Satz 3. $\mathcal{R}_K$ ハ *Hausdorffscher Raum* トナリマス。

⊙ $p_i \rightarrow p$ / *def.* ヨリ $\mathcal{R}_K$ デハ *konvergent* ナ
Folge / *Teilfolge* $\in$ *konvergent* トナリマス
カラ *Alexandroff-Hopf: Topologie* S. 41,
2) β) が成立マスカラ $\mathcal{R}_K$ ハ *topologischer Raum*
トナリマス。

Trennungsaxiom ヲ証明スルタメニ

Lemma 2. $K \supset \Omega$ ナラバ、 K / *Bewertung* $\mathcal{P}$
ガ Ω / *Bewertung* $\overline{\mathcal{P}}$ ヲ引キオコストキ $p \rightarrow \overline{p}$ ト
對應セセレバ (コレヲ *Projektion* トイフコトニシマ
ス) ハ $\mathcal{R}_K$ ヲ $\mathcal{R}_\Omega$ 全体ニ *stetig* = *abbilden* ス
ル。

⊙ Ω / 元 $\overline{p}$ = 對シテハ $\overline{\mathcal{Z}}(p) = \overline{\mathcal{Z}}(\overline{p})$ トナリマス。
 $\therefore p_i \rightarrow p$ ナラ特ニ Ω / 元 $\overline{p}$ デ $\overline{\mathcal{Z}}(p_i) \rightarrow \overline{\mathcal{Z}}(p)$ ト
ナリ *def.* ヨリ $\overline{p}_i \rightarrow \overline{p}$. 即チ $\mathcal{R}_K \rightarrow \mathcal{R}_\Omega$ ハ *stetig* ト
ナリマス。——

今 $\mathcal{R}_K$ 上ニ二点 p_1, p_2 ヲトルト $\mathcal{X}(p_1) = 0, \mathcal{X}(p_2) \neq 0$
ニ $\mathcal{X}$ ヲトルコトが出来マス。(*Bewertung* / 理論カラ)
 $\Omega = k(\mathcal{X})$ トスルト $\mathcal{R}_\Omega$ ハ *Satz 2* カラ *Hausdorff-*

scher Raum であるから、 $\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2 \in \mathcal{R}_\Omega$ 、Projektion = $\exists$ ν Bild $\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2$ トシマス $\mathcal{P}_1 \neq \mathcal{P}_2$ $\exists$ $\bar{U}_1(\mathcal{P}_1) \cap \bar{U}_2(\mathcal{P}_2) = \emptyset = \mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2$ 、Umgebung $\bar{U}_1, \bar{U}_2$ $\exists$ トシマス。 $\therefore \forall$ Proj. = $\exists$ ν Urbild $\exists$ 考へれば $\mathcal{R}_K$ $\neq$ Trennungssaxom が成立します。—

(4) 次 $\mathcal{R}_K$ 、kompakt = ツイテ。

イ) $K = k(x, y)$ が $\Omega = k(x)$ 、上 $=$ galoissch、時 $\mathcal{R}_K$ が kompakt $\exists$ 証明出来れば、一般 $=$ K $\exists$ 含ンデ $\bar{K}$ $\exists$ galoissch = トレバ $\mathcal{R}_{\bar{K}} \rightarrow \mathcal{R}_K$ 、Projektion が stetig $\exists$ $\mathcal{R}_{\bar{K}}$ 、kompakt なら $\mathcal{R}_K$ 、kompakt がイヘマス。故 $=$ 以下 K/Ω $\exists$ galoissch トシマス。

ロ) $\{\mathcal{P}\}$ ナル無限集合カラ Teilmenge $\{\mathcal{P}_i\}$ $\exists$ トツテ、 K ノ スベテノ 元 $\exists$ $\mathcal{Z}(\mathcal{P}_i) \rightarrow \bar{\alpha} \in k' =$ ナレバ、

Lemma 1 ト (AII), (III) カラ $\mathcal{P}_i \rightarrow \mathcal{P}$ がイヘルコト = ナリマス。 k' 、kompakt デスカラ K カラ abzählbar ノ 元 $\{\alpha\}$ $\exists$ トリ、ソレ = 對シテ $\mathcal{Z}(\mathcal{P}_i) \rightarrow \bar{\alpha}$ トナルマウ = 出来マス。故 = 問題ハ適當 = abzählbar、 $\{\alpha\}$ $\exists$ トツテ $\mathcal{Z}(\mathcal{P}_i) \rightarrow \bar{\alpha}$ トナレバ他ノ 元 $\mathcal{U}$ カハ 自ラ $\mathcal{U}(\mathcal{P}_i) \rightarrow \bar{\alpha}$ トナル様 = スレバヨイコト = ナリマス。

Lemma 3. K/Ω $\neq$ galoissch ナルトキ =、 $\forall$ 、

Galois 群 G_K ノ 元 σ $\exists$ トルト $\mathcal{Z}(\mathcal{P}) = \mathcal{Z}(\mathcal{P}^\sigma)$ 、且ツ $\mathcal{P} \rightarrow \mathcal{P}^\sigma$ ナル對應ハ $\mathcal{R}_K$ $\neq$ 自今自身全体 = homöomorph = abbilden スル。

⑤ $\mathcal{P}$ = 属スル Bewertungsring $\Rightarrow \mathcal{O}_{\mathcal{P}}$, $\forall$ Primideal
 $\Rightarrow \mathcal{P}_{\mathcal{P}}$ トスル $(\mathcal{O}_{\mathcal{P}})^{\sim} = \mathcal{O}_{\mathcal{P}^{\sim}}$, $(\mathcal{P}_{\mathcal{P}})^{\sim} = \mathcal{P}_{\mathcal{P}^{\sim}}$ トナリマス。
 $(\mathcal{P}^{\sim}$, 定義ヨリ). $\therefore \varepsilon(\mathcal{P}) = \infty$, 即チ $\varepsilon \notin \mathcal{O}_{\mathcal{P}}$ ナラ
 $\varepsilon^{\sim} \notin \mathcal{O}_{\mathcal{P}^{\sim}}$ 群 $\varepsilon^{\sim}(\mathcal{P}^{\sim}) = \infty$. $\varepsilon(\mathcal{P}) \in \mathcal{K}$ ナラ $\varepsilon - \varepsilon(\mathcal{P}) \in \mathcal{P}_{\mathcal{P}}$,
 $\therefore \varepsilon^{\sim} - \varepsilon(\mathcal{P}) \in \mathcal{P}_{\mathcal{P}^{\sim}} \therefore \varepsilon^{\sim}(\mathcal{P}^{\sim}) = \varepsilon(\mathcal{P})$. 後半ハ之
 7 用ヒレバ Def. ヨリ出マス。——

へ) $K \ni y_0$ 満足スル $\Omega = \mathcal{K}(x)$, 既約方程式又ハ $\forall$ 適
 當ナ $f(x, y) = 0$ トスル

$$f(x, y) = (y - y_0)(y - y_0^{\sigma_2}) \cdots (y - y_0^{\sigma_n}),$$

$$\sigma_i \in \mathcal{G}_y.$$

$\therefore \varepsilon \rightarrow \varepsilon(\mathcal{P})$ ナル homomorph + 對應 $\neq x(\mathcal{P}) \neq \infty$,
 $y_0^{\sigma_i}(\mathcal{P}) \neq \infty$ ナラ. Lemma 3 7 用ヒテ

$$f(x(\mathcal{P}), y) = (y - y_0(\mathcal{P}))(y - y_0^{\sigma_2}(\mathcal{P})) \cdots (y - y_0^{\sigma_n}(\mathcal{P}))$$

$$= (y - y_0(\mathcal{P}))(y - y_0(\mathcal{P}^{\sigma_2})) \cdots (y - y_0(\mathcal{P}^{\sigma_n}))$$

今度ハ $x(\mathcal{P}_i) \rightarrow \alpha_0 \neq \infty$, $y_0(\mathcal{P}_i) \rightarrow \beta_0 \neq \infty$ ナラ

$f(\alpha_0, \beta_0) = 0$. (AII ヨリ). $\therefore \Omega$ 1 $\mathcal{P}_{\alpha_0}$, $K \neq$,

Teiler $\mathcal{P}_1^{\circ}, \cdots, \mathcal{P}_g^{\circ}$, $\mathcal{P}_{\alpha_0} = (\mathcal{P}_1^{\circ} \cdots \mathcal{P}_g^{\circ})^e$,

$eg = n = (K : \Omega)$ トスレバ $\beta_0 = y_0(\mathcal{P}^{\sigma_x})$ トナリ
 マス。

今 $K = \mathcal{K}(x, y)$ トシテ, $y(\mathcal{P}_i) \neq \infty$ トシマス。

($= \infty$ ナルトナハ y 1 カハリ $= y(x - \alpha_0)^N$ 7 代用
 シマス。)

又, $\alpha_0 \neq \infty$ トシマス。($= \infty$ ナラ $x = \frac{1}{x}$ 7 代用
 シマス)

サテ Θ カラ (ii) デ定義 シタ トコロノ). $t \equiv 0(p_i^0)$,
 $\neq 0(p_i^{0^2})$, $\neq 0(p_2^0)$, -----, $\neq 0(p_g^0)$ ト t ヲトリ
 マス.

(⇒) 今 $\{p\}$ ナル無限集合カラ $\{p_i\}$ ヲ取り, $x(p_i) \rightarrow \alpha_0^{+\infty}$,
 $y(p_i) \rightarrow \beta_0 \neq \infty$, $t^{\sigma_i}(p_i) \rightarrow \gamma_i$ トナル極 = シマス.
 コ、デ $\gamma_i \neq \infty$ トナルコトハ (i) ヨリ ワカリマス.

($t(p^{\sigma_i}) \neq \infty$ ナルコトカラ).

且ツ $\gamma_1, \dots, \gamma_n$ 中ノトナル ϵ ノガ ϵ ケアリマス. カ
 カルーツヲ γ_1 トシマス. 又 $(x - \alpha_0) | N_{K, \Omega} t$ in Γ デス

$$\text{カラ } \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{N_{K, \Omega} t(p_i)}{x(p_i) - \alpha_0} \rightarrow \text{endl.}$$

$$\therefore \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{t^e(p_i)}{x(p_i) - \alpha_0} = \text{endl.}$$

トナリマス.

(ii) $p_i^0, \dots, p_g^0$ デ Pole $\gamma \in K$ ノ元全体, ナス Ring
 ヲ $\bar{\Theta}$ トスル ト $z(p_i) \rightarrow \bar{z}$ トナルトスル ト (i) ヨリ $\bar{z}$ ハ
 endl. トナリマス. $x, y, t, t^{\sigma_2}, \dots, t^{\sigma_n} \in \bar{\Theta}$ デス.

今、 $\bar{z} = 0$ ナルトキ = $\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{x}{t}(p_i)$ が存在スル トキ =
 ハ必ず endl. トナリマス. 何故ナラ $\bar{\Theta}$ デ $t\bar{\Theta} = \bar{p}_i^0$,
 $\bar{\Theta} / \bar{p}_i^0 \simeq k$ ヨリ $z = \delta + s \cdot t$, $\delta \in k$, $s \in \bar{\Theta}$ ト置ケ
 ト, $z(p_i) = \delta + s(p_i) t(p_i) \rightarrow 0$ ヨリ $\delta = 0$, 即チ

$$\frac{x}{t}(p_i) = s(p_i) \rightarrow \text{endl.}$$

トナリマス.

(N) 以上ヨリ (ii)ノ方法 = ヨツテ

$$\frac{x(p_i) - \alpha_0}{t(p_i)} \rightarrow \alpha_1, \frac{x(p_i) - \alpha_0 - \alpha_1 t(p_i)}{t(p_i)} \rightarrow \alpha_2, \dots, \frac{y(p_i) - \beta_0}{t(p_i)} \rightarrow \beta_1,$$

$$\frac{y(p_i) - \beta_0 - \beta_1 t(p_i)}{t(p_i)} \rightarrow \beta_2, \dots$$

トナル様 = $\{p_i\}$ $\tau(=)$ = モトメタ中カラエラビ出シマス。
(ソレヲ再ビ $\{p_i\}$ トカキマス)。

コエデ余子 = 出テ来ルモ、ハ $\bar{O}$ ノ元デスカラ (本) ヨリ
 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \beta_1, \beta_2, \dots$ ハ *endl.* トナリマス。又
(=) = 云々 $\tau = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, 中 = 0 デナイモ、
が生ジマス。ソノ初メノモノヲ α_r トシマス。

$$(F) \quad K \text{ ノ元 } \alpha \wedge \alpha = \frac{1}{g(x)} (f_0(x) + f_1(x) \cdot y + \dots + f_{n-1}(x) y^{n-1}), \quad g, f_j \in \Gamma \text{ トカキマス。}$$

$$(x - \alpha_0)^s \parallel g(x) \text{ トレテ } g(x) = (x - \alpha_0)^s g_1(x) \text{ トオキ,}$$

(1) カラ

$$\left. \begin{aligned} x &= \alpha_0 + \alpha_1 t + \dots + \alpha_{rs} t^{rs} + x, t^{rs}, \quad x, (p_i) \rightarrow 0 \\ y &= \beta_0 + \beta_1 t + \dots + \beta_{rs} t^{rs} + y, t^{rs}, \quad y, (p_i) \rightarrow 0 \end{aligned} \right\}$$

トナリマスカラ代ハシテ

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{g_1(x) \frac{(x - \alpha_0)^s}{t^{rs}}} \left(\frac{1}{t^{rs}} (f_0(x) + \dots + f_{n-1}(x) y^{n-1}) \right) \\ &= \frac{1}{g_1(x) \left(\frac{x - \alpha_0}{t^n} \right)^s} \left(-\frac{F(t)}{t^{rs}} + G(t, x, y) \right) \end{aligned}$$

コ、 = $F(t)$, $G(t, x, y)$ ハ夫々、文字、Polynom
トナリマス。

$$\therefore \quad \alpha \wedge \tau \quad g_1(x(p_i)) \rightarrow g_1(\alpha_0) \neq 0,$$

$$\frac{x(p_i) - \alpha_0}{t^r(p_i)} \rightarrow \alpha_r + 0, \quad F(t(p_i)) \rightarrow F(0)$$

$$G(p_i) \rightarrow G(0, 0, 0)$$

トナリマスカラ $\bar{x}(p_i) \rightarrow \bar{x}$ ト *konv.* シマス。故 =
以上カラ

Satz 4. $\mathcal{R}_K$ は *kompakt* トナル。

(5) $\mathcal{R}_K$ は *kompakt* カラ 他ノ性質ハ容易ニ出テ来マス。

Satz 5. $\mathcal{R}_K$ デハ 1. *abz. axiom* が満足サレテキル。

⊙ $\Omega = \mathcal{K}(x)$ トスル $\mathcal{R}_\Omega$ デハ Satz 2 ヨリ成立シマス。一般ニ $\mathcal{R}_K$ ノ点 p ヲトリ、 $\mathcal{R}_\Omega \in$ Proj. = ヨル Bild $\rightarrow \bar{p}$ トシマス。 $\bar{p}$ ノマハリデノ *abz.* / *Basis* $\bar{U}_i(\bar{p})$ ヲトリ、ソノ Proj. ノ Urbild $\rightarrow U_i(p)$ トシマス。一方 *Trennungs-axiom* ヨリ p ノ適當ナル Umgebung U_0 ヲトリ、 $\bar{p}$ $\neq$ 割レル K ノ p 以外ノ Teiler $\wedge U_0$ ノ abgeschlossene Hülle = 入ラヌヤウニ出来マス。 $U_0 \cap U_i = U_i'$ トスレバ、コレガホメモノニナリマス。若シソウデナイトスルアル p ノ Umgebung U ヲトリト、スベテノ $U_i' \cap U =$ 入ラヌ点 p_i ヲ含ミマス。 $\mathcal{R}_K$ ノ *kompakt* ヨリ γ ノ集積点 q $\neq$ トスル Proj. $\bar{p}_i$ カラ考ヘレバ $\bar{U}_i$ ノ性質カラ $\bar{p}' = \bar{p}$ トナリ、 U_0 ノ取リ方カラ $p' = p$ トナリ U ノ取リ方 = 矛盾シテ来ルカラデス。——

Satz 6. $\mathcal{R}_K$ ノ任意ノ点 p ノ適當ナル Umgebung ハ

$k, 0, \text{Umgebung}$ と homöomorph とナル。

⑤ 今 $\mathcal{P}$ を k 上 0 とナル元 x をトリ K/Ω ($\Omega = k(x)$)

が galoissch とシマス。(1) で定義シタ Γ の $\mathcal{P}_0$ は

$0 \neq \mathcal{P}_1, \dots, \mathcal{P}_n$ ($n = (K:\Omega)$) と分解シマス。 $\mathcal{R}_\Omega$ が

ハ Satz 2 より成立スルノデスカラ $\mathcal{P} = \mathcal{P}_1$ 、適當ナ Umg.

ガ $\mathcal{R}_\Omega$ の $\mathcal{P}_0$ の Umg. と homöomorph ナイヘベヨ

イコト = ナリマス。Satz 5 より $\mathcal{P}$ ノマハリ = abz. ナ

Basis $U_i(\mathcal{P})$ ヲトル時 = i ナ充分大 = スルト U_i ハ

$\mathcal{P}, \mathcal{P}^\sigma$ (ハ K/Ω ノ Galois 群ノ元) ヲ同時 = 含ミ

マセソ。サウデナイトスルト $U_i \ni \mathcal{P}_i, \mathcal{P}_i^\sigma, \mathcal{P}_i \rightarrow \mathcal{P},$

$\mathcal{P}_i^\sigma \rightarrow \mathcal{P}$ とナリ、一オ Lemma 3 カラ $\mathcal{P}_i^\sigma \rightarrow \mathcal{P}^\sigma$ と

ナリ $\mathcal{P} \neq \mathcal{P}^\sigma$ = 反スルカラデス。逆 = Satz 5 ノ証明ト

同様 = $\mathcal{P}_0$ ノ適當ナ Umg. ハ $\mathcal{P}$ ノアル Umg. ノ Bild

= 含マレマスカラ $\mathcal{P}$ ト $\mathcal{P}_0$ ノ適當ナ Umg. ハ Proj. =

ヨツテ一対一 = 對應シマス。シカル = $\mathcal{R}_K$ ノ kompakt

ト、 Proj. ノ stetig ヨリ之レ等ハ互 = homöo-

morph = ナリマス。 K/Ω ガ galoissch デナイ

時 = ハ $\bar{K}$ ナ K ナ含ンデ Ω ノ上 = galoissch = トレバ

上ト同様 = 証明出來マス。——

(6) 今、 k = 更 = 條件ヲ加ヘマス。

(AIV) k ハ zusammenhängend (z. k.) デアル。

Satz 7. $\mathcal{R}_K \in \text{z. k.}$ とナル。

⑤ k ノ z. k. カラ $k' = k + \infty$ 、從ッテ Satz 2 オラ

$\mathcal{R}_\Omega (\Omega = k(x)) \in \text{z. k.}$ = ナリマス。一般 = ハ

Riemann-Roch の定理が一点おまけで Pole ト
 スル K ノ元 x が存在シマス。即チ K/Ω デ $\mathfrak{p}_\infty$ ハ
 vollverzweigen シマス。今 $K' \supset K/\Omega$ ヲ含ム galois
 体トシマス。今 $\mathcal{R}_K = \mathcal{O} + \mathcal{L}$, ($\mathcal{O} \cap \mathcal{L} = 0$, $\mathcal{O}, \mathcal{L}$;
 offen) ト分解サレレトシマス。ト $\mathcal{R}_{K'} \rightarrow \mathcal{R}_K \rightarrow$
 $\text{Proj.} =$ ヨル $\mathcal{O}, \mathcal{L}$ ノ Urbild ヲ $\mathcal{O}', \mathcal{L}'$ トシマ
 ス。ト $\mathcal{R}_{K'} = \mathcal{O}' + \mathcal{L}'$. ($\mathcal{O}' \cap \mathcal{L}' = 0$, $\mathcal{O}', \mathcal{L}'; \text{offen}$)
 トナリマス。

今 $\mathcal{O} \ni \mathfrak{p}_\infty$ トシマス。ト $\mathcal{O}' \cap K' =$ 於ケル $\mathfrak{p}_\infty$ ノスベ
 テ Teiler ヲ含ミマス。 $\sigma_i \in K'/\Omega$ ノ galois
 群 G ノ元トシマス。ト Lemma 3 ヨリ $\mathcal{O}'^{\sigma_i}, \mathcal{L}'^{\sigma_i}$
 モ offen トナリスベテ $\mathfrak{p}_\infty$ ノ Teiler ヲ含ミマス。

$$\mathcal{O}_0 = \prod_{\sigma_i \in G} \mathcal{O}'^{\sigma_i}, \quad \mathcal{L}_0 = \sum_{\sigma_i \in G} \mathcal{L}'^{\sigma_i} \in \text{offen} \Rightarrow$$

$\mathcal{R}_{K'} = \mathcal{O}_0 + \mathcal{L}_0$. ($\mathcal{O}_0 \cap \mathcal{L}_0 = 0$, $\mathcal{O}_0, \mathcal{L}_0$; offen)
 ノ他 $= \mathcal{O}_0^{\sigma_i} = \mathcal{O}_0, \mathcal{L}_0^{\sigma_i} = \mathcal{L}_0$ トナリマス。 $\therefore$ コノ
 $\mathcal{R}_\Omega \rightarrow \text{Proj.}$ ヲ $\overline{\mathcal{O}}_0, \overline{\mathcal{L}}_0$ トスルト, $\overline{\mathcal{O}}_0 \ni \mathfrak{p}_\infty$ ト
 ナリ, $\mathcal{R}_\Omega = \overline{\mathcal{O}}_0 + \overline{\mathcal{L}}_0$ ($\overline{\mathcal{O}}_0 \cap \overline{\mathcal{L}}_0 = 0$, $\overline{\mathcal{O}}, \overline{\mathcal{L}}_0$;
 offen. (コレハ $\mathcal{R}_{K'}$ ノ kompakt ヨリ) トナリ、矛盾
 トナリマス。 $\therefore \mathcal{R}_K$ ハ f.h. トナリマス。 ———

更ニ $k =$ 条件ヲ加ヘテマリマス。

(AV) $k, 0$ ノ Umgebung ハ Euclid 平面ノ単位
 円ト homöomorph デナル。

Satz. $\mathcal{R}_K$ ハ geschlossene Fläche トナル。

☺ 以上 Satz 2, Satz 7 を綜合スレバ, *triangu-*
lierbar. (AV) ト Satz 4 より出マスカラ R_K ハ
geschlossene Fläche トナリマス。 —————

—— (終) ——