OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	一階常微分方程式ノ特異点ニ就テ, ＸＶ
Author(s)	福原, 満洲雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1937, 146, p. 307-310
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74576
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

651. 一階常微分方程式ノ特異点ニ就テ，XV.

福原満洲雄（九大）

1. 前回ニ引續イテ

(1) $$x\frac{dy}{dx}=y\sum a_{jkl}x^{j}y^{k}(x^{p}y^{-1})^{l}$$

$$\left(\begin{array}{l}a_{000}=0,\cdots\cdots,\ a_{0,n-1,0}=0,\ a_{0n0}\neq 0\\ n>0;\quad p\text{ハ正ノ整数.}\end{array}\right)$$

ヲ論ズルコトニシヨウ、常ニ同ジ方針ガ通ル．ガアルコトハ言フ迄モナイ．先ヅ形式的ノ解ノ求メ方，次ニ形式的ノ解ヲ漸近展開トスル解ノ存在ノ証明，最後ニ級数ノ収斂性ヲ論ズルトイフ順序ガアル。

最初ハ形式的ノ解ヲ求メルノデアルカラ級数ノ収斂性ハ問題ニシテヰナイ。

2. $x^{\rho}y^{-1}=z$ ト置ケバ

$$(2)\quad \begin{cases} x\dfrac{dy}{dx}=y\sum a_{jkl}x^{j}y^{k}z^{l} \\ x\dfrac{dz}{dx}=z\left\{\rho-\sum a_{jkl}x^{j}y^{k}z^{l}\right\} \end{cases}$$

トナルカラ (1) ノ代リニ (2) ヲ論ズルノデアル。変数ノ数ハフエテモ負ノ冪ガ現ハレナイ形ヲ選ンダ方ガ都合ガヨイカラデアル。

扨テ (2) ノ形式的ノ解ヲ求メルタメ一般的ナ方針ニ従ツテ

$$y=u\sum p_{jkl}x^{j}u^{k}v^{l},$$
$$z=v-\sum p'_{jkl}x^{j}u^{k}v^{l}.$$

ナル置換ヲ行ツテ u,v ニ関スル方程式ヲ出来ルダケ簡単ニスルノデアル。併シ現在ノ場合ニハ $yz=x^{\rho}$ ナル関係ガアルノデアルカラ此ノ関係ヲ破ラヌ方ガヨイ．故ニ $uv=x^{\rho}$ ト ナルヤウナ置換、即チ

$$(2)\quad \begin{cases} y=u\sum p_{jkl}x^{j}u^{k}v^{l} \\ z=v\left(\sum p_{jkl}x^{j}u^{k}v^{l}\right)^{-1} \end{cases} \qquad (p_{000}=1)$$

ナル環境ヲ行フノデアル、p_{jkl}ヲ適當ニキメルコトニヨリ u, vニ關スル方程式ヲ

$$(4)\quad \begin{cases} x\dfrac{du}{dx} = au^{n+1} + a'u^{2n+1} \\ x\dfrac{dv}{dx} = v(\rho - au^n - a'u^{2n}) \end{cases}$$

トスルコトガ出來ル、此ノ方程式ノ一般解ハ

$$(5)\quad \begin{cases} u = \left(\dfrac{a'}{a}\alpha\left(-\dfrac{na^2}{a'}(\log x + C)\right)\right)^{-\frac{1}{n}} \\ v = C'x^{\rho}\left(\dfrac{a'}{a}\alpha\left(-\dfrac{na^2}{a'}(\log x + C)\right)\right)^{\frac{1}{n}} \end{cases}$$

デアル、(5)ヲ(3)ニ入レルコトニヨリ(2)ノ形式的ノ解ヲ得ル。(1)ノ解ヲ得ルニハ $C'=1$トスレバヨイ。

3. xノ代リニ $\log x - t$ヲ独立変数ニトレバ(1), (2)ハ夫々

$$(1')\quad \frac{dy}{dt} = y\sum a_{jkl}e^{jt}y^k(e^{pt}y^{-1})^l$$

$$(2')\quad \begin{cases} \dfrac{dy}{dt} = y\sum a_{jkl}e^{jt}y^k z^l \\ \dfrac{dz}{dt} = z\left\{\rho - \sum a_{jkl}e^{jt}y^k z^l\right\} \end{cases}$$

トナリ、(2')ノ形式的ノ解ハ

$$(3)\quad \begin{cases} y = u\sum p_{jkl}e^{jt}u^k v^l \\ z = v\left(\sum p_{jkl}e^{jt}u^k v^l\right)^{-1} \end{cases} \qquad (p_{000}=1)$$

$$(5')\quad \begin{cases} u = \left(\dfrac{a'}{a} \operatorname{cn}\left(-\dfrac{a^2}{a'}(t+C) \right) \right)^{-\frac{1}{n}} \\ v = C' e^{pt} \left(\dfrac{a'}{a} \operatorname{cn}\left(-\dfrac{a^2}{a'}(t+C) \right) \right)^{\frac{1}{n}} \end{cases}$$

ニ依テ與ヘラレル。解ノ漸近展開ニ関シテハ次回ニ改メテ論ズルコトトシヨウ。