



|              |                                                                             |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| Title        | 一階常微分方程式ノ特異点ニ就テ, X V                                                        |
| Author(s)    | 福原, 満洲雄                                                                     |
| Citation     | 全国紙上数学談話会. 1937, 146, p. 307-310                                            |
| Version Type | VoR                                                                         |
| URL          | <a href="https://doi.org/10.18910/74576">https://doi.org/10.18910/74576</a> |
| rights       |                                                                             |
| Note         |                                                                             |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

651. 一階常微分方程式，特異點 =  
就  $\tau$ ，XV.

福 原 満 洲 雄 (九大)

1. 前回 = 引續  $\tau$

$$(1) \quad x \frac{dy}{dx} = y \sum a_{jkl} x^j y^k (x^p y^{-1})^l$$

$$\left( \begin{array}{l} a_{000} = 0, \dots, a_{0, n-1, 0} = 0, a_{0n0} \neq 0 \\ n > 0, \quad p \text{ 正整数.} \end{array} \right)$$

ヲ論ズルコト = シヨウ、常 = 同ジ方針ヲ追ハ。デアルコトハ  
言フ迄モナイ。先ツ形式的ノ解ノ求メ方、次 = 形式的ノ解ヲ  
漸近展開トスル解ノ存在ノ証明、最後 = 級数ノ収斂性ヲ論ズ  
ルトイフ順序デアール。

最初ハ形式的ノ解ヲ求メル、デアルカラ級数ノ収斂性ハ  
問題 = シテキナイ。

2.  $x^p y^{-1} = z$  ト置ケバ

$$(2) \quad \begin{cases} x \frac{dy}{dx} = y \sum a_{jkl} x^j y^k z^l \\ x \frac{dz}{dx} = z \left\{ p - \sum a_{jkl} x^j y^k z^l \right\} \end{cases}$$

トナルカラ (1) ノ代リ = (2) ヲ論ズル、デアール。変数ノ数ハ  
フエテモ負ノ累ガ現ハレタイ形ヲ選ンダ方が都合ガヨイカラ  
デアール。

扱テ (2) ノ形式的ノ解ヲ求メルタメ一般的ノ方針 = 從  
ツテ

$$\begin{aligned} y &= u \sum p_{jkl} x^j u^k v^l, \\ z &= v \sum p'_{jkl} x^j u^k v^l. \end{aligned}$$

ナル置換ヲ行ツテ  $u, v$  = 關スル方程式ヲ出來ルガキ簡單  
= スル、デアール。併シ現在ノ場合ニハ  $yz = x^p$  ナル關係ガ  
アルノデアールカラ此ノ關係ヲ破ラヌ方がヨイ。故ニ  $uv = x^p$   
トナルヤウナ置換、即チ

$$(2) \quad \begin{cases} y = u \sum p_{jkl} x^j u^k v^l \\ z = v \left( \sum p_{jkl} x^j u^k v^l \right)^{-1} \end{cases} \quad (p_{000} = 1)$$

+ の置換を行ふ、 $p_{jkl}$  を適當にキヌルコトヨリ  
 $u, v$  = 開スル方程式ヲ

$$(4) \quad \begin{cases} x \frac{du}{dx} = a u^{n+1} + a' u^{2n+1} \\ x \frac{dv}{dx} = v(\rho - a u^n - a' u^{2n}) \end{cases}$$

トスルコトガ出来ル、此ノ方程式ノ一般解ハ

$$(5) \quad \begin{cases} u = \left( \frac{a'}{a} \alpha \left( -\frac{n a^2}{a'} (\log x + C) \right) \right)^{-\frac{1}{n}} \\ v = C' x^{\rho} \left( \frac{a'}{a} \alpha \left( -\frac{n a^2}{a'} (\log x + C) \right) \right)^{\frac{1}{n}} \end{cases}$$

デアル、(5)ヲ(3)ニ入レルコトヨリ(2)ノ形式的ノ解ヲ得ル。(1)ノ解ヲ得ルニハ  $C' = 1$  トスレバヨイ。

3.  $x$  ノ代リ  $= \log x - t$  ヲ独立変数ニトレバ(1),(2)ハ大々

$$(1') \quad \frac{dy}{dt} = y \sum a_{jkl} e^{jz} y^k (e^{t \pm} y^{-1})^l$$

$$(2') \quad \begin{cases} \frac{dy}{dt} = y \sum a_{jkl} e^{jz} y^k z^l \\ \frac{dz}{dt} = z \left\{ \rho - \sum a_{jkl} e^{jz} y^k z^l \right\} \end{cases}$$

トナリ、(2')ノ形式的ノ解ハ

$$(3) \quad \begin{cases} y = u \sum p_{jkl} e^{jz} u^k v^l \\ z = v \left( \sum p_{jkl} e^{jz} u^k v^l \right)^{-1} \end{cases} \quad (p_{000} = 1)$$

$$(5') \quad \begin{cases} u = \left( \frac{a'}{a} \operatorname{erf} \left( -\frac{a^2}{a'} (t+C) \right) \right)^{-\frac{1}{n}} \\ v = C' e^{pt} \left( \frac{a'}{a} \operatorname{erf} \left( -\frac{a^2}{a'} (t+C) \right) \right)^{\frac{1}{n}} \end{cases}$$

ニ依テ與ヘラレル。解ノ漸近展開 = 開レテハ次回 = 改メテ論  
スルコトトシヨウ。