OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	円，球ノ幾何ニツイテ
Author(s)	松村，宗治
Citation	全国紙上数学談話会．1937，147，p．322-325
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74581
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

655. 円，球ノ幾何ニツイテ

松村宗治（台北大）

ξ, η ヲ R_3 内ノ球トシテ

(1) $\zeta = \xi + i\eta, \quad i = \sqrt{-1}$

ヲ考ヘルトキハ (1) ヨリ

(2) $(\zeta\zeta) = (\xi\xi) - (\eta\eta) + 2i(\xi\eta)$

デアルカラ ξ, η ガ互ニ垂直ヲナス場合ニハ ζ ハ R_3 内ノ点デアルト考ヘラレ得。

尚、容易ニ η_0 ハ ξ 及ビ ζ 上ニ存在シナイコトガ分ル。

次ニ吾々ハ別ニ

(3) $\overline{\eta_0} = \xi - i\zeta$

ヲ考ヘルトキハ $\overline{\eta_0}$ モマタ R_3 内ノ点ヲアラハシ得ベシ。

而シテ

(4) $(\eta_0\overline{\eta_0}) = (\xi\xi) + (\zeta\zeta)$

$= 2$

ニヨリテ η_0, $\overline{\eta_0}$ ノ距離ノ平方ハ2ニ等シイコトニナル。

サテ今 p ヲ R_3 内ノ一点トシテ

(5) $\lambda = \dfrac{(p\eta_0)}{(p\overline{\eta_0})}$

トオケバ λ ハ p ト η_0 トノ距離ノ平方ト p ト $\overline{\eta_0}$ トノ距離ノ平方トノ比ニナル。

従ツテ $\lambda=1$ ナルコトハ p ガ二点 η_0, $\overline{\eta_0}$ ノ中点ナルコトヲ意味ス。

今一ツノ球 ζ ヲ考ヘテ二点 η_0, $\overline{\eta_0}$ ガ共ニ ζ 上ニ存在セバ

(6) $\begin{cases} (\xi\zeta) + i(\eta\zeta) = 0 \\ (\xi\zeta) - i(\eta\zeta) = 0 \end{cases}$

デアル。

(6) ヨリ

(7) $\begin{cases} (\xi\zeta) = 0, \\ (\eta\zeta) = 0 \end{cases}$

ヲ得ベシ。

(7)ヨリ 含ルコトハ 子ハ ξ 及ビ η ニ垂直ナルコト デアル。

サテ α, β ヲ Skalare Grössen トシテ

(8) $\alpha \mathfrak{w} + \beta \overline{\mathfrak{w}}$

$$= \alpha(\xi + i\eta) + \beta(\xi - i\eta)$$

$$= (\alpha+\beta)\xi + i(\alpha-\beta)\eta$$

ハ $\mathfrak{w}$ ト $\overline{\mathfrak{w}}$ トノ連結線上ノ点列ヲ表ス。

次ニ u, v ヲ Parameter トシテ

$$\mathfrak{w}(u, v)$$

ハ R_3 内ノ表面 S ヲ表ス。

従ッテ S 上ノ垂直曲線群ヲ形成スル條件ハ

(9) $(\mathfrak{w}_u \mathfrak{w}_v) = 0$

デアル。

(9) ヨリ

(10) $(\xi_u + i\eta_u, \xi_v + i\eta_v)$

$$= \{(\xi_u \xi_v) - (\eta_u \eta_v)\} + i\{(\eta_u \xi_v) + (\xi_u \eta_v)\} = 0$$

ヲ得ベク、従ッテ

(11) $(\xi_u \xi_v) = (\eta_u \eta_v)$。

$(\xi_v \eta_u) = -(\xi_u \eta_v)$

トナル、(11) ハ吾人ノ條件デアル。

更ニ例ノ通リ二次式

(12) $\delta \mathfrak{w}^2 = (\mathfrak{w}_i\, du^i)(\mathfrak{w}_u \delta u^k) = g_{ik}\delta u^i \delta u^k.$

但シ $g_{ik} = (\mathfrak{w}_i\, \mathfrak{w}_k)$

ヲ考へ得、ア ト普通ノ微分幾何ノ様ニ論ゼラル。

次ニ R_3 内ノ球子ヲ

(13) $\mathfrak{z} = \mathfrak{x} + \varepsilon \mathfrak{y}$

トヲ考フ、.コゝニ ε ハ duale Zahlen デアル。

此ノ時

(14) $\cos\varphi = \varepsilon$

ガ成立ツ、コゝニ φ ハ子ト $\mathfrak{y}$ トノ間ノ角デアル。

尚

(15) $\overline{\mathfrak{z}} = \mathfrak{x} - \varepsilon \mathfrak{y}$

ヲ考ヘルト $\overline{\mathfrak{z}}$ ハ R_3 内ノ球ニナル。

此ノトキ

(16) $\mathfrak{z}\overline{\mathfrak{z}} = 1$

ガ成立シ子ト $\overline{\mathfrak{z}}$ トハ互ニ相接スル。

次ニ

(17) $\mathfrak{p} = \mathfrak{x} + i\,\mathfrak{y} + \varepsilon\,\mathfrak{z}$

トオク、コゝニ $\mathfrak{x}, \mathfrak{y}, \mathfrak{z}$ ハ R_3 内ノ球デアル。

$\mathfrak{p}$ ハ従ッテ R_3 内ノ点ニナル。

而シテ

(18) $(\mathfrak{x}\mathfrak{p}) = 1,\quad (\mathfrak{y}\mathfrak{p}) = i,\quad (\mathfrak{z}\mathfrak{p}) = \varepsilon$

ガ成立スル。