



Title	Omoituita mama, X II
Author(s)	福原, 満洲雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1937, 148, p. 348-354
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74584
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

658. Amoiteda mama, XII

福原満洲雄(九大)

1. *Trjitzinsky* ハ最近遂ニ非線形方程式ニ手ヲ着ケタ。

即チ

Non-linear difference equations, Compositio Mathematica, vol. 5 (1937) pp. 1-66.

Theory of non-linear singular differential systems, Trans. Amer. Math. Soc. Vol. 42 (1937) pp. 225-321.

カソレデアル、定差方程式ニツイテモ書ヒタイコトガアルガ、手がマワリ切ラナイカラ機会ガアツタラ其ノ方面ニモ言及スルコトニシテ、コレデハ微分方程式ノ方ダケニ限ツテハラハラット頁ヲ繰ツテ見タ後ノ感想ヲ述ベヨウ、詳シク読ンダノデハナイカラ誤解ガアルカモ知レナイ。若シアレバ氣付カレタ時御注意ヲ頂ケレバ幸デアル。

尚ニモ書イタイコトガアルマデニ彼ノ研究ハ本格的デアル、彼ガ扱フ問題ハ現在ノ流行カラハ可成リハナレタモノダト言

ハレルカモ知レナイ、併シ流行ニ惑ハサレルコトナク、微分
方程式論ニ於ケル中心問題ヲ次カラ次ヘト片付ケテ行カウト
イフ態度ニハ賞讃ノ辞ヲ惜シムベキデハナイ、其ノ証明ニ結
果ニハ多少ノ不満ハアルケレドモ

2. 先ヅ最初ニ彼ハ

$$(A) \quad t^{-p} y_j'(t) = a_j(t, y_1, \dots, y_n) \\ (j=1, \dots, n; p \text{ ハ 整数 } \geq 0)$$

ヲ論ヅテキル。(A)ノ右辺ニ関シテハ

$$\begin{aligned} a_j(t, y_1, \dots, y_n) &= l_j(t, y_1, \dots, y_n) \\ &\quad + q_j(t, y_1, \dots, y_n) \\ l_j(t, y_1, \dots, y_n) &= l_{1j}(t) y_1 + \dots \\ &\quad + l_{nj}(t) y_n \\ q_j(t, y_1, \dots, y_n) &= \sum_j a_{i_1, \dots, i_n}(t) y_1^{i_1} \dots y_n^{i_n} \\ (i_1, \dots, i_n \geq 0; i_1 + \dots + i_n \geq 2; \\ &\quad j=1, 2, \dots, n) \end{aligned}$$

係数 $l_{ij}(t)$, $j a_{i_1, \dots, i_n}(t)$ ハ $t = \infty$ ニ於テ正則 (或
ハ t^{-1} ; 負ノ冪ヲ含マナイ冪級数ニ漸近的ニ展開サレル解析
函数), 級数ハ $y_1, \dots, y_n, t^{-1}$ ガ十カニ小サイトキ一
様収斂ト假定スル、デアレ、更ニ次ノ假定ガハイッテキ
ル。

It will be assumed that the linear
system obtained by letting $q_j = 0$ (j
 $= 1, \dots, n$) is actually of order n , and
that it is not of Fuchsian type.

以上が最初ノ第一頁ニ書カレタ假定デアール。然ル
後

The analytic theory will be developed
for the complex neighbourhood of the singular
point $t = \infty$

ト書イテキル、コレデコノ論文ノ内容ニ関シテ大体ノ見當ハ
ツク。

3. 以上述べタ假定ノ中デ特ニ注目スベキハ原文ノ儘
引用シタトコロデアール。actually of order n トイフ
コトハドウイフ意味カ知ラナイが大シテ問題ニスル程ノコト
モナカラウ。ソレヨリ重大ナノハ

$$(LA) \quad t^{-p} y_j'(t) = l_j(t, y_1, \dots, y_n) \\ (j = 1, \dots, n)$$

カ Fuchs 型デナイトイフ假定ヲ何故設ケタカトイフコト
デアール。

彼ハ $t \rightarrow \infty$ ノ時 e^{at^p} , order デ 0 = ナル解ガ
ケヲ目標ニシテキルノデアルト自分ハ想像シタ。ソレナラ出
来テモ感心スル程ノコトハナイ、難シイノハ e^{at^p} ヲ低イ
order デ 0 = ナル解ノ方ダカラデアール。コノ兩者ノ間ニ
ハ難易ニ格段ノ差ガアルコトハヤツテ見レバ自ラ了解カレル。
併シ易イ方サヘモ、ソレガ中心的ナ問題トシテノ価値ヲ持ツ
テキルニモ拘ラズ、片ガ付イテキナカッタノダカラ呆レルノ
他ハナイ、ソレハ兎ニ角トシテ先ヘ目ヲ移シテ行カウ。

4. 先ツ形式的ノ解ヲ求メル必要ガアル。ソレヲ彼ガド
ウイフ風ニ扱ッテキレカト思ッテ、ソノ点ヲ注意シテ見ル。
形式的ノ解ヲ求メルニハ直接ニソレヲ求メルヨリ、豫メ適當
ノ変換ヲ行ッテ方程式ヲ簡單ナ形ニ導キ、ソノ解ヲ求メ然ル
後原方程式ニ戻ルオガ方法ガ組織立ツコトヲ前ニ注意シタ
コトガアルガ彼ハ未ダコノ方法ヲ使ッテ居ナイ。

(LA) ハ線形デアアルカラ既ニ解カレタ、ソノ形式的ノ解
トシテハ係数が t^{-1} ノ冪級数デアルヤウナ $\log t$ ノ整
多項式 $= t^r e^{Q(t)}$ ($Q(t)$ ハ t 右ノ整多項式、 r ハ正
ノ整数、 γ ハ常数) ガカカッタ形ノモノガ丁度 n 個得ラ
レル。

(LA) ガ *Fuchs* 型デナイカラ $Q(t) \neq 0$ デアルヤ
ウナモノガアル、特ニ t ガ適當ナ領域ノ中カラ ∞ ニ近
ザクトキ $e^{Q(t)} \rightarrow 0$ トナルヤウナモノヲケ者ヘ、ソレヲ
ヲ $Q_1(t), \dots, Q_m(t)$, 残りノ $Q(t)$ ヲ $Q_{m+1}(t), \dots$
 $\dots, Q_n(t)$ トスル。 $Q_\lambda(t)$ ニ對應スル (LA) ノ解
ヲ

$$y_j = 0 y_{\lambda j}(t) \quad (j=1, \dots, n; \lambda=1, \dots, n)$$

トスレバ (1) ハ 0 = 收斂スル解トシテ

$$y_j = \sum_{\lambda=1}^m C_\lambda \circ y_{\lambda j}(t) \quad (j=1, \dots, n)$$

ヲ持ツコトニナル。ソコデ (A) ノ解ハ $C_1, \dots, C_m$ ノ冪
級数ニ展開サレルモノトシ、ソレ等ニ關シテ一次ノ項ノ係数
トシテハ $0 y_{\lambda j}(t)$ ヲ取ルコトニスレバ、ソレ等ニ關シテ

2 次又ハソレヨリ高イ項ノ係数ハ未定係数ノ方法ニヨリ次
 第ニキマツテ行クノデアル。ソノ場合 $C_1^{k_1}, \dots, C_m^{k_m}$ /
 係数ハ係数ガオノ冪級数 (負ノ冪ヲ含マナイ) デアルヤ
 ウナ $\log t$ ノ整多項式ニ

$$t^{k_1} r_1 + \dots + t^{k_m} r_m \quad e^{k_1 Q_1(t) + \dots + k_m Q_m(t)}$$

ガカカツタ形ニナルコトガ Lemma 4 (p. 258) ニ述
 べテアル、コレガカラ簡單ナノデアル。order ノ低イ
 解ニナルト、ソノ係数ノ中ニ $\log t$ ナリデナク、 $\log$
 $\log t$, $\log \log \log t$, $\dots$ ナドモ現ハレテ来ル。
 ソレデモ 0 ニ収斂スル解ガケヲ考ヘルナラバ割ニ簡單
 ダト思フ、困難ナ問題ハソノ先ニアルコトヲ知ラナケレ
 バナラナイ。

5. 次ニ形式的ノ解ヲ漸近展開トスル解ノ存在デア
 ル、ソレガ The First Existence Theorem
 (p. 274) デアル。イヌリツクデ書イテアル部分ガケデモ
 一頁一杯ヲ費シテキルガ、ソコガケ鬼テモハツキリ余ラナ
 イ。シカシ全ク余ラナイノデモナイ。先ツ氣ガ付クコトハ
 考ヘテキルオノ領域デ $Q_1(t)$, $Q_2(t)$, $\dots$,
 $Q_n^2(t)$ ノ間ニ順序ガツク (大小關係ニヨツテ) コト
 ヲ假定シテキルコト。次ニ

$$e^{Q_i(t)} \sim 0 \quad (i = 1, \dots, m)$$

$$Q_i(t) = g_i t^{k_i/k_i} + \dots \quad (i = 1, \dots, m; g_i \neq 0)$$

トシ

$$l' = \frac{l_1}{k_1} = \dots = \frac{l_m}{k_m} > \frac{l_{m+1}}{k_{m+1}} \geq \dots \geq \frac{l_m}{k_m}$$

($1 \leq m \leq m$)

ナル假定ヲシテキル。コノ他ニモ假定が書イテアルが特ニ注目スルニハ及バナイト思フ。然ルトキ前ニ得タ形式的ノ解ニ於イテ $C_{m+1}, \dots, C_m$ ヲ0ト置イテ得ラレル形式的ノ解ヲ漸近展開トスル(A)ノ解が存在スルトイフノ結論デアル。

此ノ結論ヲ得ルニハ假定が強スヤル、コレダケノ假定ノ下ニ於テハ結論が不足デアルト思フ。余リ長クナルカラ此ノ定理ニ関係スル自今ノ予想ハ次回ニ譲ルコトニシテ定理ノ証明ニ目ヲ移スコトニシヨウ。

6. 形式的ノ解ヲ途中デ切ツテ変換ヲ行フコトハ自今ト同様デアル、結局カウセガルヲ得ナイノデアル。扨テ変換サレタ方程式ノ解ノ存在ヲ如何ニ片付ケテ居ルカト思ツテ兎ルト逐次近似法デアル。勿論勞力ヲ厭ハナケレバ、ソレデモ出來ル、逐次近似値ノ絶対値ノ上界ヲ出サナケレバナライカラ直接ニ存在定理ヲ使フヨリ面倒デアル、ソレダケ先ノ見透シが利カナイコトモ事實デアラウト思フ、コレデ *Trjitzinsky*ノ研究ガドノ程度ノモノカ余ツタマウニ思フ。

彼ハ続イテ(A)ノ右辺ガ0ヲ含マズ且ツ $p=0$ ノ場合ヲ特ニ(B)トシテ調べキル、(B)ニ関スル定理ガ *The*

Second Existence Theorem デアル、又同様ナ
問題ヲ 補助変数ヲ 含ム方程式 (c) = ツイテ 論ジテキル、
コレ = 開タル定理ガ *The Third Existence*
Theorem デアル。此レ等モ大体 *The First Existence*
Theorem ト同ジ程度ノモノト思ヘバ大シク間違ヒハナカ
ラシ。