



Title	円球ノ幾何
Author(s)	松村, 宗治
Citation	全国紙上数学談話会. 1937, 149, p. 387-390
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/74589">https://doi.org/10.18910/74589</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

## 663. 円球ノ幾何

松村 宗治 (台北大)

下ニ余ノ論文 (台北大學紀要第二卷第一号ニ於ケル球ノ幾何) 及ビ Blaschke 氏微分幾何 III ニ於ケル記法ヲ用ヒテ円球ニ関スル研究ニツイテノベヨウト思フ。

### § 1

$xy$  ハ  $R_2$  上ノ円,  $z$  ハ其上ノ点トセバ

$$(1) \quad z = xy + iz,$$

$$(2) \quad \bar{z} = xy - iz, \quad i = \sqrt{-1}$$

ニテ示サル、 $z$  及ビ  $\bar{z}$  ハ何レモ  $R_2$  上ノ円ヲ表ハス、何トナレバ

$$(zz) = 1, \quad (\bar{z}\bar{z}) = 1$$

ナルコトガ (1), (2) ヨリ分ルカラデアアル。

尚、亦

$$(3) \quad (ziz) = 0,$$

$$(4) \quad (\bar{z}iz) = 0$$

デアアルガ故ニ  $z$  ハ  $z$  及ビ  $\bar{z}$  上ニ存在シテイル。

更ニス、ンテ

$$(5) \quad (z\bar{z}) = 1,$$

$$(6) \quad (zxy) = 1,$$

$$(7) \quad (\bar{z}xy) = 1$$

デアアルカラ  $xy$  ナル円ハ円  $z$  及ビ円  $\bar{z}$  ニ切ス、マタ円  $z$

ト  $\bar{z}$  トハ互ニ相切ストイフコトが分ル。

上ノ (1), (2) ニテ  $i$  ノ代リニ  $\varepsilon$  ヲオイフモ同様ノコトガイヘル。コトニ  $\varepsilon$  ハ *dual Zahlen* ナリ  $\varepsilon^2 = 0$  トスル。

マタ  $i$  ノ代リニ  $1$  ヲオイフモ、マタ同様ノコトガイヘル。尚  $\bar{z}$  ヲ通り  $zy = \text{切スル円}$  ヲ考ヘルトコノ  $\bar{z}$  ハ子及ビ  $\bar{z} = \text{切スルコト} = \text{ナルコト}$  ヲ証明スルコトが出来ル。

## § 2

円系表面上ノ線素ヲ  $ds$  トセバ

$$(1) \quad ds^2 = \lambda \left\{ (\theta_t \theta_t) dt^2 + 2(\theta_t \theta_\tau) dt d\tau + (\theta_\tau \theta_\tau) d\tau^2 \right\}$$

ト置クコトが出来ル。

サテ (1) ヲバ所謂 *isotherme Form*

$$(2) \quad ds^2 = K(p, q) \{ dp^2 + dq^2 \}$$

ト置ク。コトニ  $p, q$  ハ新シイ *parameter* ナル。

然ルトキハ

$$\left\{ (\theta_t \theta_\tau) p_\tau - (\theta_\tau \theta_t) p_t \right\} q_\tau + \left\{ (\theta_\tau \theta_\tau) p_t - (\theta_t \theta_\tau) p_\tau \right\} q_t = 0$$

即チ

$$(3) \quad \begin{aligned} q_\tau &= -\mu \left\{ (\theta_t \theta_\tau) p_\tau - (\theta_\tau \theta_t) p_t \right\}, \\ q_t &= +\mu \left\{ (\theta_\tau \theta_\tau) p_t - (\theta_t \theta_\tau) p_\tau \right\} \end{aligned}$$

が成立ツ。コトニ

$$(4) \quad \mu = \frac{1}{\left\{ (\theta_t \theta_\tau)(\theta_\tau \theta_\tau) - (\theta_\tau \theta_t) \right\}^2},$$

$$(5) \begin{cases} q_t = -\frac{(\theta_t \theta_t) p_c - (\theta_t \theta_c) p_t}{W}, \\ q_c = \frac{(\theta_c \theta_c) p_t - (\theta_t \theta_c) p_c}{W} \end{cases}$$

$$(6) \begin{cases} p_t = \frac{(\theta_t \theta_t) q_c - (\theta_t \theta_c) q_t}{W}, \\ p_c = \frac{-\{(\theta_c \theta_c) q_t - (\theta_t \theta_c) q_c\}}{W} \end{cases}$$

デアル。

$$\text{但シ } W^2 = (\theta_t \theta_t)(\theta_c \theta_c) - (\theta_t \theta_c)^2$$

デアル。ユ、場合 =

$$(7) \quad p_t = q_c, \quad p_c = -q_t$$

が成立す Cauchy-Riemann 1 函数論 = 於ケル微分方程式ヲ得。

尚

$$q = \frac{\int -\{(\theta_t \theta_t) p_c - (\theta_t \theta_c) p_t\} dt + \{(\theta_c \theta_c) p_t - (\theta_t \theta_c) p_c\} dc}{W}$$

トナリ

$$(9) \quad \left\{ \frac{(\theta_t \theta_c) p_c - (\theta_t \theta_c) p_t}{W} \right\}_c + \left\{ \frac{(\theta_c \theta_c) p_t - (\theta_t \theta_c) p_c}{W} \right\}_t = 0$$

ナラバ (8)ノ積分記號ノ中が完全微分ナル = ナル。

モシ

$$W = f(z) = t + i c$$

トセバ

$$(10) \quad |dw| = |f'(z)| \frac{ds}{\sqrt{K}},$$

$$ds^2 = \frac{K}{|f'(z)|^2} (dt^2 + d\tau^2)$$

トナル。

$$ds^2 = (dp + i dq)(dp - i dq) = 0$$

ナルが故ニ

$$dz = dp + i dq = 0$$

即チ

$$z = \text{const}$$

ハ長サが變ナル虚曲線群ヲ円系表面上ニ與テ。

L. Lichtenstein: *Zur Theorie der konformen Abbildung* -----, Bull. Acad. Cracovie  
1916, S. 192 — 217

ヲ参照シテ。