



Title	一階常微分方程式ノ特異點ニ就イテ, XVI
Author(s)	福原, 満洲雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1937, 150, p. 399-403
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/74591">https://doi.org/10.18910/74591</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

665. 一階常微分方程式ノ特異點ニ  
就イテ, XVI

福原 満洲雄 (九大)

1. 微分方程式

$$(1) \frac{dy}{dt} = y f(t, y, e^{pt} y^{-1})$$

= 於テ  $f(t, y, z)$  ハ

$$(2) f(t, y, z) = \sum_{jkl} a_{jkl} e^{jt} y^k z^l$$

ナル形 = 展開サレルトスル。  $z = e^{pt} y^{-1}$  ト置イテ得ラレル。

$$(3) \begin{cases} \frac{dy}{dt} = y f(t, y, z) \\ \frac{dz}{dt} = z \{ p - f(t, y, z) \} \end{cases}$$

ノ形式的ノ解トシテ

$$(4) \begin{cases} y \sim u \sum_{jkl} p_{jkl} e^{jt} u^k v^l & (p_{000} = 1) \\ z \sim v \sum_{jkl} q_{jkl} e^{jt} u^k v^l = v \left( \sum_{jkl} p_{jkl} e^{jt} u^k v^l \right)^{-1} \end{cases}$$

ヲ得ル。茲ニ  $u, v$  ハ

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = au^{n+1} + a'u^{2n+1} & (a = a_{0n0}) \\ \frac{dv}{dt} = v(p - au^n - a'u^{2n}) \end{cases}$$

ノ解デアツテ

$$(5) \begin{cases} u = \left( \frac{a'}{a} \alpha \left( -\frac{na^2}{a'} (t+c) \right) \right)^{-\frac{1}{\alpha}} \\ v = c' e^{pt} \left( \frac{a'}{a} \alpha \left( -\frac{na^2}{a'} (t+c) \right) \right)^{\frac{1}{\alpha}} \end{cases}$$

ト表サレル。以上ハ前回述べタ所デアアル。

2. 次ニ(4)ヲ漸近展開トスル(3)ノ解ノ存在デアアルガ証明ノ方針ハ帝ニ同一デアアルカラ簡單ニ述ベテ置ク。

$\sum_N$  デ  $j+k+l < N$  デアルマウ ( $j, k, l$ ) = 就テノ和ヲ表スコトニシ,

$$\begin{cases} P_N(x, u, v) = \sum_N p_{j,k,l} x^j u^k v^l \\ Q_N(x, u, v) = \sum_N q_{j,k,l} x^j u^k v^l \end{cases}$$

ト置キ, 更ニ

$$y = P_N(e^t, u, v) + Y, \quad z = Q_N(t, u, v) + Z$$

ト置イテ  $Y, Z$  = 關スル方程式ニ解ノ存在, 單独性, 微分可能性ニ關スル定理ヲ應用スルコトハ例ノ如シデアアル。其ノ結果(4)ヲ漸近展開トスル(3)ノ解ノ存在ガ分ルバカリデナク, 收斂性モ出テ來ル。尤モ(4)ノ右辺ガ收斂ニナルノデハナイ。ソレハ一般ニ發散デアアル。

3. 級數(2)ガ收斂ナルトキ, モット詳シク言ハバ

$f(\log x, y, z)$  ガ  $(x, y, z)$  ノ函数ト考ヘテ  $(0, 0, 0)$  デ正則ナルトキ, (3)ノ一般解ヲ  $x, u, v$  ノ函数ト考ヘテ(一般解ハ  $t, c, c'$  ノ函数デアアルカラ,  $t = \log x$  且ビ(5)ニ依テ  $x, u, v$  ノ函数ト考ヘルコトガ出來ル)  $x, u$  ノ收斂ヲ

冪級数 = 展開サレル:

$$(6) \quad y = u \sum p_{j,l}(u) x^j v^l, \quad z = v \sum q_{j,l}(u) x^j v^l,$$

而シテ、 $p_{j,l}(u)$ ,  $q_{j,l}(u)$  ハ漸近的 =

$$(7) \quad p_{j,l}(u) \sim \sum_k p_{jkl} u^k, \quad q_{j,l}(u) \sim \sum_k q_{jkl} u^k$$

ナル形 = 展開サレル、コノ級数ハ  $j=l=0$  ノトキハ収斂  
 デアルガ、其他ノ場合 = ハ一般 = 収斂シナイ、ソレデアルカ  
 ラ  $u$  ガ勝手ナ路 = 沿ツテ  $0 =$  近ヅイタトキ漸近展開 (7) ガ成  
 立スルトイフヲデハナイ、此ノ漸近展開ガ成立スルタメ = ハ  
 $u$  ガ或ル條件 = 従ツテ  $0 =$  近ヅカ + ケレバナラナイ、ソノ  
 條件ハ

$$-\frac{3\pi}{2n} + 0 < \arg(a^{\frac{1}{n}} u) < \frac{3\pi}{2n} - 0, \quad u \rightarrow 0$$

デアル、コレハ

$$-\frac{3\pi}{2n} + \varepsilon < \arg(a^{\frac{1}{n}} u) < \frac{3\pi}{2n} - \varepsilon, \quad u \rightarrow 0$$

= 於テ正ノ数  $\varepsilon$  ハ幾ラデモ小サク取レルトイフ意味デアル。

4. 今度ハモ少ク假定ヲ緩メテ

$$(8) \quad f(t, y, z) = \sum_{k,l} a_{kl}(t) y^k z^l$$

ガ

$$\underline{\theta} \leq \arg t \leq \bar{\theta}, \quad -Rt \leq R, \quad |y| \leq \Delta, \quad |z| \leq \Delta$$

ヲ一様収斂デ、 $a_{kl}(t)$  ハ漸近的 =

$$(9) \quad a_{kl}(t) \sim \sum_j a_{jkl} e^{jt}$$

ト展開サレルモノトスル。此、場合 = ハ (3)ノ解ハ収斂級數

$$(10) \quad y = u \sum p_l(t, u) v^l, \quad z = v \sum q_l(t, u) v^l$$

= 展開サレ,  $p_l(t, u), q_l(t, u)$ ハ漸近的 =

$$(11) \quad p_l(t, u) \sim \sum_{jkl} p_{jkl} e^{jt} u^k$$

$$q_l(t, u) \sim \sum_{jkl} q_{jkl} e^{jt} u^k$$

ト展開サレル。但シ  $t, u$ ハ

$$\underline{\theta} \leq \arg t \leq \bar{\theta}, \quad t \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{n}(\underline{\theta} - \pi) + 0 < \frac{\pi}{n} - \arg(a^{\frac{1}{n}} u) < \frac{1}{n}(\bar{\theta} + \pi), \quad u \rightarrow 0$$

トスル。前ノ場合 = ハ  $\underline{\theta}, \bar{\theta}$ ヲ夫々  $\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$ ニ幾ラデモ近

ク取レル。

5.  $f(\log x, y, z)$ ガ  $x = y = z = 0$ デ正則ナルトキ (3)ノ解ガ  $x = e^z$ デ展開スルト収斂 = ナル、ハ  $f(z, y, z)$ ノ  $z$  = 関スル週期性カラ (3)ノ解ノ  $z$  = 関スル週期性ガ得ラレルカラデアツテ XIV (本誌 145号) デ説明シタ理由 = 基ク。

(3)ノ解ヲ  $v$ デ展開スルト収斂 = ナルガ  $u$ デ展開スルト一概 = 収斂 = ナラナイ。ソノ差ガ何処カラ現ハレルカ、コレハ  $u$ ,  $v$ ト  $C, C'$ ノ對應 (5)ヲ見ルト办ル。一ツノ  $u$ ノ値 = 對應スル  $C$ ハ唯一ツデナイ、併シ  $C$ ヲキメテ了フト  $v$

ト  $C'$  の對應ハ一對一トナル。從ツテ (3) の解ヲ  $(x, u, v)$   
ノ函数ト考ヘタトキ、ソレハ  $u = 0$  關シテ  $u = 0$  ノ近傍デ  
一價トナラナイガ、 $v = 0$  關シテハ  $v = 0$  ノ近傍デ一價トナ  
リ、從ツテ  $v = 0$  が除去可能ノ特異点ニナルノデアアル。