



Title	位相幾何學ノ形式化（Ⅴ）： 實函數論形式化ヘノ試
Author(s)	寺阪, 英孝
Citation	全国紙上数学談話会. 1937, 150, p. 403-418
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74592
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

666. 位相幾何學ノ形式化(V):

實函數論形式化ヘノ試

寺 阪 英 孝 (阪大)

§ 10. 十月ノ或ル朝、談話室ヘ行ッテ見ルト形式論理ノ
伊藤誠氏が來テ居ラレル。

小生《イラッシマイ》

伊藤氏《暫ラクデスネ、御元氣デスカ》

小生《エ、マア何トカ》 暫ラク間ヲ置イテ

氏《近頃 *symbolic method* が盛ンニナッテ行
キマスネ》

小生《ソウデスネ、位相幾何ニミ使ハレテ來タヨウデス》
ト云ッテ机ノ上ニアッタ近着ノ *duke mathematical*
ヲ手ニトレト、伊藤氏ハソレヲ見テレテ

氏《ソレニ *boolean ring* ノコトが出テ居マス
が、ソレハ私昨年談話會ノトキニ云ッタコトノアル
n-wertig ノ *boolean ring* = 就イテデ、チヤント

マッテアリマス》ト云ハレル。

小生《普通ノ *boolean ring* ハ2デ *modulus* フトルコトデスガ、3 *wertig* ノトキ等=モ何カ図形的=関係ガツクト考ヘ易イデスネ》

氏《ソウデスネ》

小生《ソレニハ》ト少シ考ヘテカラ、《例ヘバ3 *wertig* ノ場合、集合=赤、緑、黄ノ色ヲ着ケフオイテ集合ヲ寄セルトキ=ニ枚重ナツタトコロハ黄、青、紫、三枚ノトコロハ白デ何モナイ。トイフマウニ考ヘレバイイデスネ》

氏《ア、ソウデスカ、然シ困リハシマセンカ》

小生《別ニ困ラナイト思ヒマスガ》

ト云ッテ居ル中=、氏ハ用事が出来テ帰ラレタ。

考ヘテ見ル=、色ヲ着ケルコトハドウデモヨイ、要スル=初メカラ集合ヲ考ヘルノ=唯ノ集合デナク、或ル部分ハ一枚、他ノ部分ハニ枚=ナツテキルモノトシ、集合ヲ加ヘタトキ=ハ三枚ノ所ハ取り除キ、四枚ノ所ハ一枚=シテアヘバヨイノデアル。ソレナラバ *modulus* フトラナイデ、三枚デ=四枚デモ、各点ガ初メカラ夫々何重カ=數ヘラレテキルマウナ新集合ヲ考ヘ、加ヘタトキ=ハ二重ノ所=三重ノモノガ求レバ五重、ソノ代リ=ハ(-1)重、(-2)重ノ所モアリ得ルモノトスレバ、加法=對シテ群ヲナス譯デアル。更ニ集合ヲ一般=シテ各点=整数デナク有理數カ何カ系数ヲ考ヘレバ(位相幾何學ノ *Koeffizientenbereich* ノ考ガ聯想サ

レテキル)。

矢張り加法が群ヲナス、イヤモツト一般ニ各点ニ實數ヲ對應
サセレバコノ新集合ハ何デモナイ。唯ノ函数 $f(x)$ ニナツテ
了フ。

一様空間 R ノ集合 M ハ、 M ノ点デハ 1 , $R-M$ デハ 0 =
タルトイフ de la Vallée-Poussin ノ所謂 *fonction*
caractéristique (特性函数) デ表ハサレル、ガカラ
集合ヲ一般化シタミノガ唯ノ函数デアルノハ當然ナリダツタ。
サテ普通ノ集合ノ和、積ハ特性函数ヲ表ハセバ $\max(f(x),$
 $g(x))$ 及ビ $\min(f(x), g(x))$ デアリ、boolean ring
式ノ和 $A+B-AB=AB^c+BA^c$ ハ $f(x)+g(x) \pmod{2}$
ニ當ル。ソコデ集合ノ一般化トシテ函数 $f(x)$ ヲ採用スレバ、
和、積トシテハ

1. $\max(f(x), g(x)), \min(f(x), g(x))$ ヲ
トル。

2. $f(x)+g(x) \pmod{2}, f(x) \cdot g(x) \pmod{2}$ ヲ
トル。

3. $f(x)+g(x), f(x) \cdot g(x)$ ヲトル。

ノ三通リガ考ヘラレルガ、我々ノ場合一番關係ノ深い(1)ガケ
ヲ考ヘルコトニシヨウ。

ソコデ $f(x), g(x)$ ヲ丁度集合ノヨウニ見ナシテ、ソノ
和 $f+g$ ノ積ヲ次ノヨウニ定義シテ見ル。

$$f+g = \max(f(x), g(x)),$$

$$fg = \min(f(x), g(x))$$

次 = f の閉域ヲ定義シタイガ、コレハ譯ナイ。集合 A の特性函数ガ $f(x)$ トラバ A^a ハ $f(x)$ ノ上端函数 $\overline{f}(x)$ デ表ハサレルノダカラ

$$f^a = \overline{f}(x) = \overline{\lim_{t \rightarrow x} f(t)} \quad (f(x), \text{ 下端函数})$$

ト置ケバヨカラウ、ツイデ = f ノ内部 f^o ($A^{c^a c} = \text{當ル}$) トシテ

$$f^o = \underline{f}(x) = \underline{\lim_{t \rightarrow x} f(t)} \quad (f(x), \text{ 下端函数})$$

ヲトツテミヨウ。 $A^c = \text{當ル}$ f^c ハ何ノコトカ分ラナイガ、
 $\text{鬼} = \text{角コウスルト集合ノ時ノ公理 } S, P, D \text{ ハ満足スルシ、}$
 $f \subset g$ ハ $f(x) \leq g(x)$ ノコトダトスレバ $f^{aa} = f^a, f < f^a,$
 $(f+g)^a = f^a + g^a$ デ公理 A_1, A_2, A_3 モ満足サレテキ
 ル。 f^o ハ内部ノ性質 $f^{oo} = f^o, f^o < f, (fg)^o = f^o g^o$ ヲ
 持ツテキル。集合ノ一般化トシテノ f ハ大分集合 = 近い性質
 ヲ持ツテキル様ダ。

公式ノ (11) ハヨク使ツタガ、コレハ成立スルカシラ、
 $g = \underline{g}(x) = g^o$ ノトキ $(fg)^a > f^a g = \text{ナルカ如何カ、}$
 調ヤテ見ルト確カ = ナル。 f^c ハ定義出来ナイガ、 $C = \text{代理}$
 スルモノヲ探シテ、ソレカラ今マデ通りノ計算ヲヤレルヨウ
 = シタイモノダ。

f^c ハ出来ナクテモ $f - g$ トラ出来ノウダ。先ツ
 $f(x) - g(x)$ ヲトル、コレハ駄目。色々マツテ見ルガウマ
 ク行カナイ、結局次ノマウ = スルトヨサ相ダ。

即チ $f - g \equiv \phi(x)$ ヲ決メルノ = $f(x) > g(x)$ ノ $x = \text{對}$

シテハ $f-g \equiv \phi(x) = f(x)$. $f(x) \leq g(x)$ ナルニ對シ
 テハ $f-g \equiv \phi(x) = 0$ トシテ了フ。斯ウナルトヨサ相対ガ調
 ベテ見ヨク。 f, g, h 三ツニ對シテ $(f-g)h = fh - gh$ ナト
 カ、 $f-gh = (f-g) + (f-h)$ ナトカニ出レバヨイ。ソノタメ
 = f, g, h 上カラ下ニ大イサノ順ニナラベテ例ヘバ $f > g > h$
 ノトキハ $f-g$ ハ f , fh ハ h , 又 $g > h > f$ ナラバ $f-g$
 ハ 0 , fh ハ f トイフヨウニ表ヲ造リ、ナルト表カラ

大 中 小	f	f	g	g	h	h	f	f	f	g	g	h	f
	g	h	f	h	f	g	g	g	h	h	h	f	g
	h	g	h	f	g	f	h	h	g	f	f	g	h
$f-g$	f	f	0	0	f	0	0	f	f	0	0	0	0
$f-h$	f	f	f	0	0	0	f	f	0	0	0	0	0
$g-h$	g	0	g	g	0	0	f	0	0	0	g	0	0
$f+g$	f	f	g	g	f	g	f	f	f	g	g	f	f
$g+h$	g	h	g	g	h	h	f	g	f	g	g	h	f
$f+g$	g	g	f	f	g	f	f	g	g	f	f	f	f
fh	h	h	h	f	f	f	h	g	f	f	f	f	f
gh	h	g	h	h	g	g	h	g	g	g	h	f	f
$(f-g)-h$	f	f	0	0	0	0	0	f	0	0	0	0	0
$f-(g+h)$	f	f	0	0	0	0	0	f	0	0	0	0	0
$(f-g)(f-h)$	f	f	0	0	0	0	0	f	0	0	0	0	0
$(f+g)-h$	f	f	g	g	0	0	f	f	0	0	g	0	0
$(f-h)+(g-h)$	f	f	g	g	0	0	f	f	0	0	g	0	0
$f-gh$	f	f	f	0	f	0	f	f	f	0	0	0	0
$(f-g)+(f-h)$	f	f	f	0	f	0	f	f	f	0	0	0	0
$f-g-h$	g	0	f	0	0	0	f	0	0	0	0	0	0
$(f-h)(g-h)$	g	0	f	0	0	0	f	0	0	0	0	0	0
$(f-g)h$	h	h	0	0	f	0	0	g	f	0	0	0	0
$fh-gh$	0	h	0	0	f	0	0	0	f	0	0	0	0

$$1) (f-g)-h = f-(g+h) = (f-g)(f-h)$$

$$2) (f+g)-h = (f-h)+(g-h)$$

$$3) f-gh = (f-g)+(f-h)$$

$$4) fg-h = (f-h)(g-h)$$

コレ迄ハヨイガ $\longrightarrow$ 5) $f > g \geq h$ ヲ除キ

$$(f-g)h = fh - gh$$

トナツテ分配律ノ成立シナイノハ痛手ダ。矢張り f^c ヲ考ヘ
ラ見ヌ方が良キ相ダ。一様集合ノ場合 A ト A^c トハ境界=端シ
テ内ト外ト=アル譯ダカラ、ナト $f^c \in$ グラフトシテハ同ジ
デナケレバナラヌ。

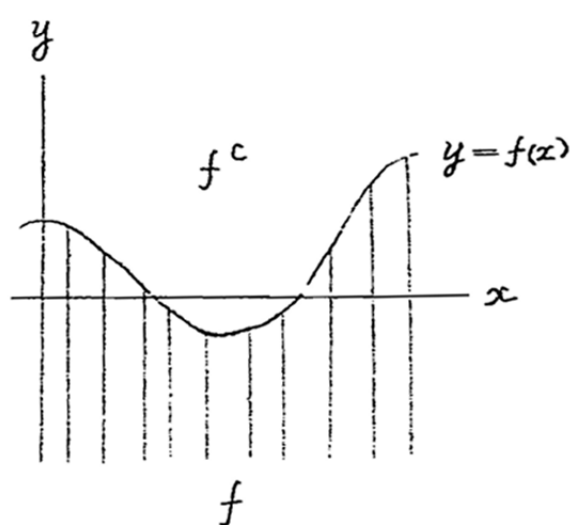
ソレ=ハ先ヅ考ヘヨイ様 = $f \geq 0$ トスレバ、 x 軸ト $f(x)$
ノ グラフトノ間ヲ f , $f(x)$ ノ グラフノ上部ヲ f^c トスレヨ
リ外ナイ。ソウスルト $f \cdot f^c = 0$ ガ因ルカ、ソレ=ハ x 軸ト
 $f(x)$ ノ グラフトノ間 = 開イタ棒 $0 \leq y < f(x)$ ガ立ツテキ
ルモノトシ、ソノ集合ヲ f トシ、 f^c ハ $f(x) < y < \infty$ ナ
ル棒ノ集マリト見レバヨイ譯ダ。

ソウスルト $f + f^c$ ガ空間全体ヅナク グラフノ所ダケ残
ルガ $\longrightarrow$ ソレ=ハ $f + f^c$ ノ $+$ ヲ正則和 $A \oplus B = (A+B)^P$
ノ $\oplus$ =シテ $f \oplus f^c$ トスレバヨイデハナイカ!

斯様=シテ次ノ理論ガ生レタ。

§11. 函数 $f(x)$ ヲ集合化シタ f ト云フノハ
 $-\infty < y < f(x)$ 即チ y 軸=平行ナ、 $-\infty$ カラ $f(x) =$
至レ開イタ棒ノ集合ト解釋スル。又 f^c ハ $f(x) < y < +\infty$
ナル半直線ノ集合デアアル。

一般に函数ヲ離レテナルモノハ、y軸ニ平行ナ直線トノ 截口ガ、ソノ直線上デ正則開集合ニナツテキル如キ集合ト 定義スル。且 $\searrow$ 直線上デノ正則開集合トハ開区間ノ集合デアツテ、且 $\searrow$ ソノ補集合ガ(点トハナラズニ)開区間ニナツテキル様ナ開集合デアル。 f^c ハy軸ニ平行ナ直線ヲ截ツタトキ截口ガ f ノ集合ノ補集合ノ内部ニナツテキル如キモノト定義スル。 f ト g トノ和 $f+g$ ハ、y軸ニ平行ナ直線トノ截口上デ正則和 $f \oplus g$ 即チ $(f+g)^p$ ヲトルコトト決メル。



次ニ f^a ハ f ヲ平面上ノ普通ノ集合トシテソノ閉包ヲトリ、然レ後y軸ニ平行ナ各直線デ截ツテ、ソノ直線上ノ集合ノ内部ヲトルコトニスル。

斯様ニ決メル下明カニ

$$A_1: f^{aa} = f^a$$

$$A_2: f \subset f^a$$

$$A_3: (f+g)^a = f^a + g^a$$

$$A_4: 0^a = 0$$

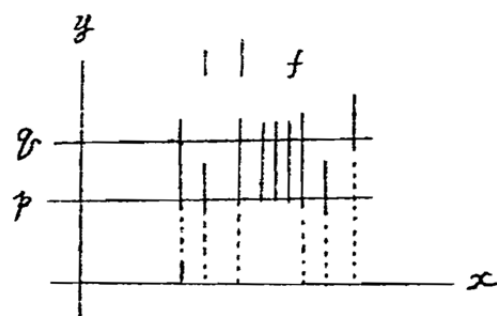
如カラ我々ノ計算ガソノマニ使ヘル。ソレ故 f ガ特ニ函数 $f(x)$ カヲ得テタモノノ場合 f^a トカ f^{aac} トカ何デアルカヲ予メ決定シテ置ケバ、今迄ノ公式ガソノママ函数

論ノ定理トシテ讀取レル筈デアアル。

- I. f^a . f が函数ノトキハ $f^a = \bar{f}(x)$ 、即チ f ノ上
端函数ヲ表ハス。
- II. $f = f^a$ 即チ f が閉集合ダトイフコトハ、 f が函
数ノ場合ニハ上ニ半連続ダトイフノニ等シイ。
- III. f^{cac} ハ $\underline{f}$ 即チ f ノ下端函数。
- IV. $f = f^{cac}$ ハ即チ f が閉集合ナリトイフノハ f が下
ニ半連続デアアル、トイフノニ等シイ。ソレ故
- V. $f = f^a = f^{cac}$ 函数 f が開かつ閉ダトイフノ
ハ f が連続デアアルトイフノト同ジデアアル。
- VI. $\ast = f$ が一般ノ場合ニ $f^p = 0$ ($f^a = 0$ トイフモ
同ジ)

ハ何ヲ意味スルカトイフニ、コレハ普通ノ場合同様 f が平
面上デ粗集合ダトイフノト同ジデアアルガ、妙ナコトニハ f ノ
 x 軸ヘノ正射影ハ粗デハナクテ第一類 N_σ ナデアアル。何故
カト云フニ今 p, q ヲ任意ノ有理数トシ $y = p, y = q$ ナル x
軸ニ平行ナ直線ヲ考ヘルト、

y 軸ニ平行ナ直線ト f トノ共
通部分ノ開區間ノ中、コノニ
平行線ニ交ハルモノハ f が粗
デカラ矢張り粗集合ヲツクリ。



ソレ故ソノ射影 N ハ x 軸上デ粗ニナル。 (p, q) ノアラユル
組合ハ可附番個デカラ、考ヘテキレ射影ハ N ノ可附番個ノ和
デ N_σ ニナル。

然シ實例ヲ考ヘルト x 軸上ノ凡テノ点ガコノ射影集合ノ
凝集点ニナツテキル様ナモノガアツテ、 N_∞ デアルトイフ以外
ハドンナモノト一寸決メ難ナル。次ニ

VII. f^P . f ガ函数ノトキ一点 a ニ於ケル $(f(x))^P$ ハ
何カトイフト、次ノ性質ヲモツ b :
任意ノ $\varepsilon > 0$ ニ對シ

$$\begin{cases} a \in D\left(\bigcup_x (f(x) \geq b - \varepsilon)\right). & (D \cap \mathbb{Q}, D) \\ a \in \bar{D}\left(\bigcup_x (f(x) \geq b + \varepsilon)\right) \end{cases}$$

斯ク云フ b ト $f(a)$ トノ大ナル方デアル。コレハ $f^P = f + D(f)$
カラ判ル。ソウスルト

VIII. 平面内デハ $\cup_I$ (第一類ノ開集合)ガナイカラ、
 f ガ N_∞ デアルトコトト $f^P = 0$ トハ一致スル。コノ場合 f ノ
 x 軸上ヘノ射影ハVIノ時ト同ジヨウニ N_∞ ナルノデ、今
度ハ具合ガ宜シイ。何故具合ガイイカト云フト x 軸上ヘノ f
ノ射影ガ N_∞ ナレバ逆ニ元ノ f ハ勿論 N_∞ ダカラデアル。
以上ヲ基ニシテ公式ヲ読ンデ見ヨウ。

(2) $(f^a f^{aca})^{acac} = 0$ 上ニ半連続ナ函数ノ不連続
点ハ N_∞ デアアル。

f ノ代リニ f^c ヲ入レルト

(2)' $(f^{ca} f^{caca})^{acac} = 0$ 下ニ半連続ナ函数ノ不連続
点ハ N_∞ デアアル。

一般ニ f ガ函数ノトキハ $f(x)$ ハ上端函数ノ下端函数
ハ $f^P = f^{acac}$ デアツテ、公式ニイロイロ出テ來ルガ、

實函数論デハ考ヘナイヨシデアル。然シ公式ヲ讀ミトツテ置
ケバ役ニ立ツカモ知レナイ。次ニ § 6ノ

$$A_\delta: (\pi f^a)^a = \pi f^a, \quad U_\sigma: (\sum f^{cac})^{cac} = \sum f^{cac}$$

$\{f(x)\}$ が上[下]ニ半連続ト函数系ナラバ

$$\min[\max]\{f(x)\} \text{モ亦上[下]ニ半連続デアール。}$$

ト讀マレル。然シ $a = \text{ツイテヨリ}$ $p = \text{ツイテ}$ ノ公式ノ方が面
白ク解釈出來ルノデ、ソレハ VIIIノ性質ニヨルモノラシイ。
先ヅ例ノ長イ式

$$\begin{aligned} (22)^\pi \quad (f^p f^c)^\pi &= (f^\pi f^c)^\pi = (f^\pi f^{cp})^\pi = (f^p f^{cp})^\pi \\ &= (f^{cp} f)^\pi = (f^{c\pi} f)^\pi = (f^{c\pi} f^p)^\pi \end{aligned}$$

カ $0 = \text{ナルヨウナ}$ f ハ p -正則ト云フノデアツタガ (56)
ニヨリ

$$f = g \cdot p^c + q, \quad g = g^a, \quad p, q \in N_\sigma$$

トナル。コノ g ハ半連続故、不連続点ハ N_σ 、ヨツテ
 f ハ g ノ不連続点ト p, q ノ射影ノ点トヲ考ヘナケレバ連
続ニナツテ了フ、コノ逆モ成立スル。即チ

$(22)^\pi = 0$ ナル $f(x)$ ハ Baireノ性質ヲモツ函数ニ
外ナラス。

(57)ニヨレバ p 正則ノ可附番個ノ和ハ p 正則デ、同様
ニ積モ p 正則ニナルカラ、 $f_n(x)$ ($n=1, 2, \dots$)ガ
 p 正則 (コレヲ $\in \mathbb{B}$)トカク)ナラバ $f_1 + f_2 + \dots \in \mathbb{B}$ 。
及ビ $f_1, f_2, \dots \in \mathbb{B}$ トナル。

扱テ $f_1(x), f_2(x), \dots$ ノ上限函数 $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$ ハ

我々、記号ヲ次ノ様ニカケル。

$$[f_1 + f_2 + \dots = \max(f_1(x), f_2(x)) \dots \text{ダカラ}]$$

$$(58) \quad \overline{\lim} f_n(x) = (f_1 + f_2 + f_3 + \dots)(f_2 + f_3 + \dots)(f_3 + f_4 + \dots)(\dots)$$

$$= \prod_{n=1}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} f_{n+p}$$

同様ニ下限函数 $\underline{\lim} f_n(x)$ ハ

$$(59) \quad \underline{\lim} f_n(x) = f_1 f_2 f_3 \dots + f_2 f_3 \dots + \dots$$

$$\dots = \sum_{n=1}^{\infty} \prod_{p=0}^{\infty} f_{n+p}$$

$f_n(x)$ が $f(x) =$ 収斂スルトイフノハ

$$f(x) = \overline{\lim} f_n(x) = \underline{\lim} f_n(x) = \lim f_n(x)$$

デアル、ソコデ

$$f_n \in \mathbb{B} \rightarrow \overline{\lim} f_n \in \mathbb{B}, \underline{\lim} f_n \in \mathbb{B}, \lim f_n \in \mathbb{B}$$

が出ル。

今度ハ公式ハナリツタガ Baire ノ定理ヲ証明シテ御目ニカケル。

(Baire ノ定理) 連続函数列 $f_n(x)$ が函数 $f(x) =$ 収斂スレバ、即チ $f(x)$ が第一級ノ函数ナラバ、 $f(x)$ ノ不連続点ハ N ヲデアル。

(註) f_n が連続トイフノハ開且ツ開デアル。即チ

$$f_n = f_n^a = f_n^{cac} \quad \text{又収斂スルコトカラ}$$

$$f = \overline{\lim} f_n = (f_1 + f_2 + \dots)(f_2 + f_3 + \dots)(\dots) \dots$$

$$= \underline{\lim} f_n = f_1 f_2 \dots + f_2 f_3 \dots + \dots$$

i) $f_n = f_n^{cac}$ カラ $f_n + f_{n+1} + \dots$ 区間 = ナル,
 ヨツテ $(f_n + f_{n+1} + \dots)^a = (f_1 + f_2 + \dots) + N_n$, (N_n ハ粗)
 トカケル。由ツテ

$$\begin{aligned} f^a &\subset (f_1 + f_2 + \dots)^a (f_2 + f_3 + \dots)^a (\dots)^a \dots \\ &= (f_1 + f_2 + \dots + N_1)(f_2 + f_3 + \dots + N_2)(\dots) \dots \\ &= f + p, \quad p \in N_\infty \end{aligned}$$

ii) 又 $f_n = f_n^a$ カラ f_n^c ハ 区間、ヨツテ前同様 =

$$\begin{aligned} f^{ca} &= \{(f_1^c + f_2^c + \dots)(f_2^c + f_3^c + \dots)(\dots)\}^a \\ &\subset (f_1^c + f_2^c + \dots)^a (f_2^c + f_3^c + \dots)^a (\dots)^a \dots \\ &= f^c + q, \quad q \in N_\infty \end{aligned}$$

i), ii) カラ $f^a f^{ca} \subset g$, $g \in N_\infty$

サテ $f^a f^{ca}$ ハ $f^a - f^{cac} = \overline{f}(x) - \underline{f}(x)$ ナ,
 コレノ 0 ナイ所ガ不連続点トイフ譯タカラ $f^a f^{ca} \subset g$,
 $g \in N_\infty$ = ヨリ定理ガ証明出来タコト = ナル。

Weierstrass ノ一様収斂ノ定理ハ次ノヨウニシ
 ヲ確カメラレル。

今正数 ε = 對シテ $f_n(x) + \varepsilon$ ト $f_n(x)$ トノ グラーフ
 ノ間ノ帶狀部分ヲ ε_n テ表ハセバ $\varepsilon_n^a = \varepsilon_n^{cac} = \varepsilon_n$ = ナ
 ル。

同様ニ $f_n(x) - \varepsilon$ ト $f_n(x)$ トノ間ノ部分ヲ η_n トス
 レバ η_n 区間且ツ閉。 $f_n(x)$ ガ一様収斂タトスレバ任意ノ
 ε = 對シ n ガ存在シテ

$$f_n \cdot \eta_n^c \subset f_{n+p} \subset f_n + \varepsilon_n, \quad p \geq 0.$$

ヨツテ f_n の極限 $f =$ 對

シテモ (58), (59) カラ

$$f_n \cdot \eta_n^c \subset f \subset f_n + \varepsilon_n$$

ヨツテ $f_n, \varepsilon_n, \eta_n$ の連

続性カラ

$$f^a \subset (f_n + \varepsilon_n)^a = f_n + \varepsilon_n$$

$$f^{ca} \subset (f_n^c + \eta_n)^a = f_n^c + \eta_n$$

即チ

$$f^a f^{ca} \subset \varepsilon_n + \eta_n$$

$\varepsilon_n + \eta_n$ の中ハ 2ε ダシ、 ε ハ任意ダツタカラ

$$f^a f^{ca} = f^a - f^{cac} = 0$$

—— (以上) ——

以上ノ議論ハ f が常 $= \geq 0$ の時 $=$ モ $a \leq f(x) \leq b$ の時 $=$ モ成リ立ツノデアール。一般 $= x$ 及ビ $zf =$ 位相族換デホドコシタ時変ヲナイヨウナ、函数ノ位相的性質——例ハ、連続性、不連続性、収斂性——ヲ研究スルニハ、改メテ函数論ヲ建テバトモ一般位相幾何學ノ結果ガソノマニ採用出來タノデアール。若シコノ方法ノ效力範圍ガ更ニ拡張出來レバ面白イト思フ。

サテ $f(x)$ トハ限ラバ一般ニ補集合ノ無係ヲ、補集合ヲモツ系ニ拡張スル一般論ダトカ、公理ノ独立性、別ノ公理系、種々ノ實例、又公理系ヲ満足スル A, B 等ガ果シテ或ル空間ノ点集合ト考ヘラレルカ否カ、等ニツイテ猶論ズル豫定デアツタガ、年モ暮レカニツテキルシ、一先ヅ筆ヲオキ、來春氣

が向イタヲ改メテ続ケルコトトスル。

尚、*Ideal* ヲ *Restklasse* ヲトル、ト云フ方法
ニヨリ測度論モ同時ニ論ゼラレル理論ヲ角谷静夫氏が
建テラレタガ、近イ中ニ発表サレルコトト思フ。此ノ方法
ハ有力カカラ將來ニ発展ヲ期待シテ居ル。

上記ノ議論ニ興味ヲモタレル方ノタメ、出所ヲ明カニシ
且ツ文献ヲ少シ挙ゲテ置カウ。

代数的ノ計算ニヨル方法ハ

K. Menger: *New foundations of projec-
tive and affine geometry* (Ann. of
Math. 37 (1936), p. 456—482)

J. v. Neumann: *Continuous geometry*.
(群論ノート)

M. H. Stone: *Applications of the theory
of Boolean rings to topology*.
(Trans. Amer. Math. Soc. Vol. 41,
No. 3 (1937) p. 375—481)

ニ教ヘラレタノデアル。三者共 *lattice* (Verband)
ノ考ヲ基ニシテ理論デ、前者ハ射影幾何學ノ新研究法トシ
テ用キ、後者ハ位相幾何學ノ研究ニ用キタ。イツレモ抽象
的ノ域ヲ脱シナイモノデアルガ、具体的ノ問題ニモ追
々利用サレルヨウニナルコトト思ハレル。*lattice*ニ
關シテハ

G. K the: *die Theorie der Verb nde, ein neuer Versuch zur grundlegung der Algebra und der projektiven geometrie.* (Jahr. Deutsch Math. Ver. Bd. 47(1937), S. 125-144)

が要領ヨク紹介シテ居ルシ、文献=委シイ。

位相幾何學=就イテハ

C. Kuratowski: *Topologie*, I. (1933).

ヲ基=シタ。我々ノ方法ニヨリ同書ノコトハ大体皆マツテ行ケルマウデアルガ、良イ母型=ナツテキル譯デアル。 A^Q ノ記号ハ

M. Zarycki: *Quelques notions fondamentales de l'Analysis Situs au point de vue de l'Alg bre de la Logique.* (Fund. Math. 9(1927), p. 3-15)

ニヨル。コノ記号ハ甚ハ便利デアツタ。 A^Q ノ記号ハ A_α ノ形デ Hausdorff が使ツテキル。($\bar{A}$ ハ形式論理デハ A ノ否定ヲ表ハスカラ変デアル)

尚、原肥トシテ、又智慧袋トシテ名著

F. Hausdorff: *Mengenlehre.* (1927)

ヲ樂ゲナケレバナルマイ。

邦書デハ

功力金二郎: 抽象空間論 (岩波講座)

が僅カノ頃＝要綱ヲ盛ツタ良書トシテ、良キ手引＝ナル。