



Title	円, 球ノ幾何
Author(s)	松村, 宗治
Citation	全国紙上数学談話会. 1937, 150, p. 423-427
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74594
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

668. 円, 球ノ幾何

松 村 宗 治 (台北大)

(I) 吾々ハ今平面上ノ円ノ幾何ヲ考ヘルコト = レテス(t)

ナル円が ρ の曲線ヲ包絡スル場合ニハ t ナル Parameter
ハ ρ の曲線ノ弧ノ長ヲ表スコトニナリ

$$(1) \quad \eta = \cos \alpha \cdot \xi + \sin \alpha \cdot \xi'$$

ナル η ハ ρ の曲線ト α ナル角ヲナス円ヲ表スコトハ *Abh.
aus dem Math. Seminar der Hamb. Univ.*
IV, S. 132ニ於ケル *Thomsen*ノ論文ヨリ明デアル。
然ルニ余が台大紀要第五卷 P. 58デノベシヤウニ平面曲線ノ
*Deviation*ヲ φ トセバ

$$(2) \quad \tan \varphi = \frac{1}{3} \frac{d\rho}{dt}$$

トナル。 $\alpha = \varphi$ トシテ (2)ヲ (1)ニ併セテ考ヘルトキハ (1)
ハ次ノ様ニナル。

$$(3) \quad \eta = \left\{ \frac{d\rho}{dt} : \sqrt{9 + \left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2} \right\} \xi + \left\{ 3 : \sqrt{9 + \left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2} \right\} \xi'$$

ツマリ $\xi(t)$ ナル円ノ包絡線 ρ 上ノ点ヲ通り ρ の曲線上ノ
考フル点ニ於テソレヨリ其ノ擬似法線ヲ切線トスル円 η ノ
方程式ガ (3)デ與ヘラレルコトニナル。

η , ρ , ξ , t ノ意味ハ上記 *Thomsen*ノ論文ニ依リ、
 ρ ハ ξ ナル円ノ曲率半径デアル。

(1)ナル円ヲバ吾々ハ *K-Affinnormal*ト呼ブコト
ニシコレカツネニ同一ノ点 p ヲ通過スルナラバ

$$(4) \quad 0 = (p\eta) = \left\{ \frac{d\rho}{dt} : \sqrt{9 + \left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2} \right\} (\xi p) + \left\{ 3 : \sqrt{9 + \left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2} \right\} (\xi' p)$$

即チ

$$(5) \quad \frac{d\rho}{dt}(\xi\rho) + 3(\xi'\rho) = 0$$

ヲ得。 (5)ハ ρ ガ K -Mittelpunktkegelschnitt
ナル條件ニシテ ρ ハ其ノ K -Mittelpunkt ナル。
コゝニ 吾々ハ

$$q + \left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2 \neq 0$$

ナルトスル。

ρ ノ (1)ナル K -Affinormalenノ包絡線ハ
 ρ ノ K -Affinevolute ト稱スベキモノナル。

(2)ト (5)ヨリ

$$(6) \quad \tan \varphi = -\frac{(\xi'\rho)}{(\xi\rho)}$$

トナル。コレガ φ ヲ與フルツノ公式ナル。サテ今 ρ ガ
円デアツテ (1)ニ於ケル η ニ垂直ナラバ

$$(\rho\eta) = 0$$

デアリ此ノ式ヨリ

$$(7) \quad \frac{d\rho}{dt}(\rho\xi) + 3(\rho\xi') = 0$$

ヲ得。コゝニ

$$(8) \quad q + \left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2 \neq 0$$

ナル。

(7)ヨリマタ φ ヲ與フル次ノ關係ヲ得。

$$(9) \quad \tan \varphi = -\frac{(p\xi')}{(p\xi)}$$

従ツテ (6), (9) ヲリ ρ か K -Mittelpunktkegelschnitt
ノ場合ニハ

$$(10) \quad \frac{(\xi'p)}{(\xi p)} = \frac{(\xi'p)}{(\xi p)}$$

カ成立ス、コノ ρ ハ其ノ *Mittelpunkt* デアル。而
シテ ξ ハ ρ ヲ包絡スル所ノ因デアリ、因 ρ ハ ρ 上ノ考
ル点ニテソレヘノ切線ガ *Affinnormal* = 垂直デア
ル如キモノデア
ル。

尚、質点ガ $\rho(t)$ = ソヒテ運動セル場合 T ヲ時間、
 v ヲ速度トセバ

$$v = \frac{1}{3 \tan \varphi} \frac{d\rho}{dT} = -\frac{(p\xi)}{3(p\xi')} \frac{d\rho}{dT},$$

$$(11) \quad N = \frac{1}{9\rho \tan^2 \varphi} \left(\frac{d\rho}{dT} \right)^2 = \frac{(p\xi)^2}{9\rho(p\xi')^2} \left(\frac{d\rho}{dT} \right)^2$$

コノ N ハ *Routh: Dynamics of a Particle, Cambridge, 1898, P. 12* = アルモノヲ採用シタ。

(2)ノ代リニ台大紀要第十巻第ニ十四頁ニベシ

$$(12) \quad \tan \varphi = \frac{1}{3} \frac{d\rho}{dt} - \frac{\rho}{c}$$

ヲ考ヘテソレニ相當シテ因 ρ ヲ (3)ノ代リニ求メ得ベシ。

以上 (3) = 於ケル根号ノ前ハ士ヲオクモノトスル其他
モ同様デア
ル。

(II) 今、吾々ハ

$$(1) \begin{cases} \xi = \bar{\xi} \cos \alpha - \bar{\xi}' \sin \alpha, \\ \bar{\xi} = \xi \sin \alpha + \xi' \cos \alpha \end{cases}$$

ヲ考ヘルトキハ (1) ハ下ノ様ニナル。

$$(2) \begin{cases} \xi \cos \alpha + \bar{\xi} \sin \alpha = \xi, \\ -\xi \sin \alpha + \bar{\xi} \cos \alpha = \xi' \end{cases}$$

コノニ等々ハ $\xi(t)$ ナル R_2 内ノ円ヲ考ヘ共ノ包絡線ヲ $\rho(t)$ トセバ円 ξ ハ $\rho(t)$ ナル曲線トメナル角ヲナシ円 $\bar{\xi}$ ハ ξ ニ垂直ニナル。

$$\text{コノニ等々ハ } \xi' = \frac{d\xi}{dt} \text{ デアル。}$$

此ノ事ヨリ (3) ニノベシ ρ = 垂直ナル円 ρ ノ式ハ容易ニ下ノ様ニ求マル。

$$\rho = \left\{ 3 : \sqrt{q + \left(\frac{d\rho}{dt} \right)^2} \right\} \xi - \left\{ \frac{d\rho}{dt} : \sqrt{q + \left(\frac{d\rho}{dt} \right)^2} \right\} \xi'$$