The University of Osaka Institutional Knowledge Archive

Title	二次微分方程式ト積分方程式トノ關係（III）
Author(s)	亀田, 豊次朗
Citation	全国紙上数学談話会. 1938, 151, p. 3-16
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74596
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

670. 二次微分方程式ト積分方程式トノ關係 (III)

亀田豊治朗 (簡易保險局)

第三節　積分方程式(B)ノ解

1. 本節デハ積分方程式(B)即チ

$$u(x)=f(x)+\int_{a(c)}^{x}\frac{y_1(x)\,y_2(t)-y_2(x)\,y_1(t)}{y_1'(t)\,y_2(t)-y_2'(t)\,y_1(t)}G(t)\,u(t)\,dt$$

$$+\int_{a(c)}^{b}\left\{y_1(x)\alpha(t)+y_2(x)\beta(t)\right\}u(t)\,dt \text{-----(B)}$$

ヲ解ク。

(B) ニ於テ x ノ代リニ ξ ト書ケバ

$$u(\xi)=f(\xi)+\int_{a(c)}^{\xi}K(\xi,t)\,G(t)\,u(t)\,dt+\int_{a(c)}^{b}\left\{y_1(\xi)\alpha(t)\right.$$

$$\left.+y_2(\xi)\beta(t)\right\}u(t)\,dt \text{------------------ (1)}$$

今 (1) ニ有限解ガアルモノト假定シテ, (1) ノ兩辺ニ $\overline{K}(x,\xi)G(\xi)$ ヲ乘ジ積分スレバ

$$\int_{a(c)}^{x}\overline{K}(x,\xi)\,G(\xi)\,u(\xi)\,d\xi=\int_{a(c)}^{x}\overline{K}(x,\xi)\,G(\xi)\,f(\xi)\,d\xi$$

$$+\int_{a(c)}^{x}\overline{K}(x,\xi)G(\xi)d\xi\int_{a(c)}^{\xi}K(\xi,t)G(t)u(t)dt$$

$$+\int_{a(c)}^{x}\overline{K}(x,\xi)G(\xi)d\xi\int_{a(c)}^{b}y_1(\xi)\alpha(t)u(t)dt$$

$$+\int_{a(c)}^{x}\overline{K}(x,\xi)G(\xi)d\xi\int_{a(c)}^{b}y_2(\xi)\beta(t)u(t)dt \cdots\cdots (2)$$

然ルニ第二節ノ(3)式及基本定理ニ依レバ（以下ノ式ニハ積分記号ニ附スベキ(C)ヲ省略スル）

$$\int_{a}^{x}\overline{K}(x,\xi)G(\xi)u(\xi)d\xi\int_{a}^{\xi}K(\xi,t)G(t)u(t)dt$$

$$=\int_{a}^{x}u(t)G(t)dt\int_{t}^{x}\overline{K}(\xi,t)K(\xi,t)G(\xi)d\xi$$

$$=\int_{a}^{x}u(t)G(t)\left\{\overline{K}(x,t)-K(x,t)\right\}dt$$

今之ヲ(2)式ノ右辺第二項ニ代入スレバ(2)式ハ

$$\int_{a}^{x}\overline{K}(x,t)G(t)u(t)dt=\int_{a}^{x}\overline{K}(x,t)G(t)f(t)dt$$

$$+\int_{a}^{x}u(t)G(t)\left\{\overline{K}(x,t)-K(x,t)\right\}dt$$

$$+\int_{a}^{x}\overline{K}(x,\xi)G(\xi)y_1(\xi)d\xi\int_{a}^{b}\alpha(t)u(t)dt$$

$$+\int_{a}^{x}\overline{K}(x,\xi)G(\xi)y_2(\xi)d\xi\int_{a}^{b}\beta(t)u(t)dt \cdots\cdots (3)$$

トナル。一般ノ用例ニ從ヒ

$$\int_a^b \alpha(t)\,u(t)\,dt = (\alpha u)$$

$$\int_a^b \beta(t)\,u(t)\,dt = (\beta u)$$

ト書キ変化スレバ，(3) ハ次ノ如クナル。

$$\int_a^x K(x,t)\,G(t)\,u(t)\,dt = \int_a^x \overline{K}(x,t)\,G(t)\,f(t)\,dt$$

$$+ (\alpha u)\int_a^x \overline{K}(x,t)\,G(t)\,y_1(t)\,dt$$

$$+ (\beta u)\int_a^x \overline{K}(x,t)\,G(t)\,y_2(t)\,dt$$

之ヲ (B) 式ノ右辺ニ代入スレバ

$$u(x) = f(x) + \int_a^x \overline{K}(x,t)\,G(t)\,f(t)\,dt$$

$$+ (\alpha u)\left\{ y_1(x) + \int_a^x \overline{K}(x,t)\,G(t)\,y_1(t)\,dt \right\}$$

$$+ (\beta u)\left\{ y_2(x) + \int_a^x \overline{K}(x,t)\,G(t)\,y_2(t)\,dt \right\} \text{-------} (4)$$

故ニ (B) ノ有限解ハ (4) ヲ満足セネバナラナイ。逆ニ (4) ノ x ノ代リニ ξ ト書キ，$K(x,\xi)$ ヲ乗ジテ積分スレバ，(4) ノ有限解ハ (B) ヲ満足スルコトヲ証明シ得ル．即チ積分方程式 (B) ハ容易ニ解キ得ベキ方程式 (4) ニ帰セラレタ．今之ヲ定理デ表ハセバ

<u>定理 4</u>. 積分方程式 (B) 即チ

$$u(x)=f(x)+\int_{a(C)}^{x}K(x,t)G(t)u(t)\,dt$$
$$+y_1(x)(\alpha u)+y_2(x)(\beta u)$$

ハ其ノ有限解ニ關シ積分方程式

$$u(x)=\Gamma(f)+\Gamma(y_1)(\alpha u)+\Gamma(y_2)(\beta u)$$

ト等値デアル．但シ

$$(\alpha u)=\int_{a(C)}^{b}\alpha(t)u(t)\,dt,$$

$$(\beta u)=\int_{a(C)}^{b}\beta(t)u(t)\,dt,$$

$$\Gamma(f)=f(x)+\int_{a(C)}^{x}\overline{K}(x,t)G(t)f(t)\,dt,$$

$$\Gamma(y_i)=y_i(x)+\int_{a(C)}^{x}\overline{K}(x,t)G(t)y_i(t)\,dt \qquad i=1,2$$

デアル．而シテ本定理ノ成立スルタメニ充分ナル條件ハ

1) "C 上ノ條件" ガ満足サレルコト．

2) $\alpha(x)$ 及ビ $\beta(x)$ ハ何レモ C 上ノ區域 (a,b) ニ於テ ∞ トナラナイ函數デアルコト．

デアル。

2． 定理4ニ於テ得タ新シキ積分方程式ハ次ノ形デアル．但シ F, w_1, w_2 ハ既知ノ函數デアル．

$$u(x)=F(x)+w_1(x)\int_{a}^{b}\alpha(t)u(t)\,dt$$
$$+w_2(x)\int_{a}^{b}\beta(t)u(t)\,dt\cdots\cdots\cdots(5)$$

今之ヲ解クニ (5) ノ両辺ニ夫々 $\alpha(x)$ 及ビ $\beta(x)$ ニ乗ジテ a カラ b マデ積分スレバ

$$(\alpha u)=(\alpha F)+(\alpha w_1)(\alpha u)+(\alpha w_2)(\beta u) \tag{6}$$

$$(\beta u)=(\beta F)+(\beta w_1)(\alpha u)+(\beta w_2)(\beta u) \tag{7}$$

(5), (6), (7) ヲ書キ直セバ

$$u-w_1(\alpha u)-w_2(\beta u)=F \tag{5'}$$

$$\{(\alpha w_1)-1\}(\alpha u)+(\alpha w_2)(\beta u)=-(\alpha F) \tag{6'}$$

$$(\beta w_1)(\alpha u)+\{(\beta w_2)-1\}(\beta u)=-(\beta F) \tag{7'}$$

之レ等ハ u, (αu), (βu) ナル三未知数ノ一次方程式デアルカラ

$$\begin{vmatrix} (\alpha w_1)-1 & (\alpha w_2) \\ (\beta w_1) & (\beta w_2)-1 \end{vmatrix}=D$$

ナル常数ガ零デナイナラバ常ニ唯一ツノ解ヲ有スル。而シテ (5) ノ解ハ $F(x)$, $w_1(x)$, $w_2(x)$ ノ一次式デアル。

$D=0$ ノ場合ハ種々ノ区別ガアル。今コレ等ヲ細説スルニ

$D=0$ デ D ノ Minor ガ全部零ニ等シキトキハ $(\alpha F)=(\beta F)=0$ デナイト解ハナイ。而シテ此ノ條件ガ成立ツトキニハ

$$u(x)=F(x)+C_1 w_1(x)+C_2 w_2(x)$$

ハ (5) ノ解デアル。但シ C_1, C_2 ハ任意ノ常数デアル。

次ニ $D=(\alpha w_1)+1$ ナラバ

$$(\alpha u)=-\frac{(\alpha w_2)}{(\alpha w_1)-1}(\beta u)-\frac{(\alpha F)}{(\alpha w_1)-1}$$

ヲ(5′)ニ代入スレバ

$$u(x)=F(x)+C_1\left\{w_2(x)-\frac{(\alpha w_2)}{(\alpha w_1)-1}\,w_1(x)\right\}$$

$$-\frac{(\alpha F)}{(\alpha w_1)-1}\,w_1(x)$$

ハ(5)ノ解デアル。但シC_1ハ任意ノ常数デアル。

其ノ他ノ minor ガ零デナイ場合モ同様ニ解ハ一ツノ任意常数ヲ含ム F, w_1, w_2 ノ一次式トナル。此等ヲ定理デ表ハセバ

<u>定理5</u>　積分方程式

$$u(x)=F(x)+\int_a^b\left\{w_1(x)\alpha(t)+w_2(x)\beta(t)\right\}u(t)\,dt$$

ノ解ノ有無及ビ其ノ形ハ次ノ如ク区別シ得ル。

a)　$D=(\alpha w_1)(\beta w_2)-(\alpha w_2)(\beta w_1)$

$$-\left\{(\alpha w_1)+(\beta w_2)\right\}+1=0$$

ナル場合ニハ解ハ次ノ一ツニ限ル。

$$u(x)=F(x)+\frac{(\beta F)(\alpha w_2)-(\alpha F)(\beta w_2)+(\alpha F)}{D}\,w_1(x)$$

$$+\frac{(\alpha F)(\beta w_1)-(\beta F)(\alpha w_1)+(\beta F)}{D}\,w_2(x)$$

b)　$D=0,\quad (\alpha w_1)-1=(\alpha w_2)=(\beta w_1)$

$$=(\beta w_2)-1=0$$

ノ場合ニハ解ノ存在スルタメノ條件ハ

$$(\alpha F)=(\beta F)=0$$

デアッテ之ガ満足サレル場合ニハ解ハ

$$u(x)=F(x)+C_1 w_1(x)+C_2 w_2(x)$$

デアル。

c) $D=0$ デ $(\alpha w_1)-1$, (αw_2), (βw_1), $(\beta w_2)-1$ 中少クトモ一ツガ零ニ等シク ナイ 場合ニハ

i) 解ノ存在スル條件ハ $(\alpha w_1)-1$ 又ハ (βw_1) ガ零デナイ 場合ニハ

$$\begin{vmatrix} (\alpha F) & (\alpha w_1)-1 \\ (\beta F) & (\beta w_1) \end{vmatrix}=0$$ デアッテ (αw_2) 又ハ $(\beta w_2)-1$

ガ零デナイ 場合ニハ

$$\begin{vmatrix} (\alpha F) & (\alpha w_2) \\ (\beta F) & (\beta w_2)-1 \end{vmatrix}=0$$

デアル。

ii) 前記ノ條件ガ満足サレル 場合ニハ解ハ

$$u(x)=F(x)+C_1\left\{w_2(x)-w_1(x)\frac{(\alpha w_2)}{(\alpha w_1)-1}\right\}-\frac{(\alpha F)}{(\alpha w_1)-1}w_1(x)$$

$$u(x)=F(x)+C_1\left\{w_1(x)-w_2(x)\frac{(\alpha w_1)-1}{(\alpha w_2)}\right\}-\frac{(\alpha F)}{(\alpha w_2)}w_2(x)$$

$$u(x)=F(x)+C_1\left\{w_1(x)-w_2(x)\frac{(\beta w_1)}{(\beta w_2)-1}\right\}-\frac{(\beta F)}{(\beta w_2)-1}w_2(x)$$

$$u(x)=F(x)+C_1\left\{w_2(x)-w_1(x)\frac{(\beta w_2)-1}{(\beta w_1)}\right\}$$

$$-\frac{(\beta F)}{(\beta w_1)}w_1(x)$$

ノ内分母ノ零デナイモノノ何レニテデモ表ハシ得ル。

但シ C_1, C_2 ハ任意ノ常数デアル。

3. 定理4デ述ベタ通リ，積分方程式

$$u(x)=f(x)+\int_{a(c)}^{x}K(x,t)\,G(t)\,u(t)\,dt$$

$$+\int_{a(c)}^{b}\left\{y_1(x)\alpha(t)+y_2(x)\beta(t)\right\}u(t)\,dt \cdots\text{(B)}$$

ハ積分方程式

$$u(x)=\Gamma(f)+\Gamma(y_1)(\alpha u)+\Gamma(y_2)(\beta u)$$

ト等値デアル。故ニ(B)ノ解ハ定理5ニ於テ

$$F(x)=\Gamma(f),\quad w_1(x)=\Gamma(y_1),\quad w_2(x)=\Gamma(y_2)$$

ト置ケバ得ラレル。但シ

$$\Gamma(f)=f(x)+\int_{a(c)}^{x}\bar{K}(x,t)\,G(t)\,f(t)\,dt$$

$$\Gamma(y_i)=y_i(x)+\int_{a(c)}^{x}\bar{K}(x,t)\,G(t)\,y_i(t)\,dt \qquad i=1,2$$

デアル。

故ニ(B)ノ解ハ $\Gamma(f)$, $\Gamma(y_1)$ 及 $\Gamma(y_2)$ ノ一次式デ表ハサレ，ソノ係数ハ

$$\int_{a(c)}^{b}\alpha(x)\,\Gamma(y_i)\,dx,\quad \int_{a(c)}^{b}\beta(x)\,\Gamma(y_i)\,dx,\qquad i=1,2$$

カラ計算サレル。

4. 上述ノ如ク，積分方程式(B)ヲ解クニハ $\Gamma(y_1)$，$\Gamma(y_2)$ ヲ屢々使用スルノデアルガ，此等ハ y_1，y_2 ノ採リ方ニ依リテ z_1，z_2 ニ等シクナル。以下此ノ事實ヲ証明スル。

微分方程式

$$y''+Py'+Qy=0$$

$$z''+Pz'+(Q-G)z=0$$

ハ"C上ノ條件"ヲ満足スルモノト假定シ

$$b(x)=e^{-\frac{1}{2}\int_a^x P\,dx}$$

ト置ク。微分方程式

$$\eta''+I\eta=0 \tag{8}$$

$$\zeta''+(I-G)\zeta=0 \tag{9}$$

ハ夫々，$\dfrac{y(x)}{b(x)}$，$\dfrac{z(x)}{b(x)}$ ヲ解トスルガ故ニ，(8)及ビ(9)ノ如何ナル解モ a 点デハ ∞ トナラナイ。又ソノ第一導函数モ a 点デ ∞ トナラナイ。故ニ(8)ノ解ノ内次ノ性質ヲ有スル二解 $\mathring{\eta}_1(x)$，$\mathring{\eta}_2(x)$ ガ存在スル。

$$\mathring{\eta}_1(a)=0 \qquad \mathring{\eta}_1'(a)=1$$

$$\mathring{\eta}_2(a)=1 \qquad \mathring{\eta}_2'(a)=0$$

同様ニ(9)ノ解中次式ヲ満足スル二解 $\mathring{\zeta}_1(x)$，$\mathring{\zeta}_2(x)$ ガ存在スル。

$$\mathring{\zeta}_1(a)=0 \qquad \mathring{\zeta}_1'(a)=1$$

$$\mathring{\zeta}_2(a)=1 \qquad \mathring{\zeta}_2'(a)=0$$

而シテ此等ノ四解ニハ

$$\mathring{\eta}_1'(t)\,\mathring{\eta}_2(t)-\mathring{\eta}_2'(t)\,\mathring{\eta}_1(t)=1$$

$$\mathring{\zeta}_1'(t)\,\mathring{\zeta}_2(t)-\mathring{\zeta}_2'(t)\,\mathring{\zeta}_1(t)=1$$

ナル関係ガ成リ立ツ。

サテ積分方程式(B)ニ於テ y_1, y_2 ヲ特ニ

$$\mathring{y}_1(x)=b(x)\,\mathring{\eta}_1(x)$$

$$\mathring{y}_2(x)=b(x)\,\mathring{\eta}_2(x)$$

ト採ル。斯クスルモ Volterra 核ハ不変デアッテ (αy_1) 及ビ (βy_2) ハ一次変換ヲ受クルニ過ギナイカラ方程式(B)ハ一般性ヲ失ハナイ。尚

$$\mathring{z}_1(x)=b(x)\,\mathring{\zeta}_1(x)$$

$$\mathring{z}_2(x)=b(x)\,\mathring{\zeta}_2(x)$$

ト置ク。

斯ク $\mathring{y}_1$, $\mathring{y}_2$, $\mathring{z}_1$, $\mathring{z}_2$ ヲ定ムレバ

$$\Gamma(\mathring{y}_1)=\mathring{z}_1 \qquad \Gamma(\mathring{y}_2)=\mathring{z}_2$$

トナルコトヲ之ヨリ証明スル。$\Gamma(y_1)$ ノ定義及ビ第一節第3欵ノ式ヨリ

$$\Gamma(\mathring{y}_1)=\mathring{y}_1(x)+\int_a^x \overline{K}(x,t)\,G(t)\,\mathring{y}_1(t)\,dt$$

$$=\mathring{y}_1(x)+\int_a^x \overline{K}_0(x,t)\frac{b(x)}{b(t)}\,G(t)\,\mathring{y}_1(t)\,dt$$

$$=\mathring{y}_1(x)+b(x)\int_a^x \overline{K}_0(x,t)\,G(t)\,\mathring{\eta}_1(t)\,dt \qquad (10)$$

然ルニ

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\overline{K}_0(x,t)+\left\{I(t)-G(t)\right\}\overline{K}_0(x,t)=0$$

ナル故

$$\overline{K}_0(x,t)\,G(t)=\frac{\partial^2}{\partial t^2}\overline{K}_0(x,t)+I(t)\,\overline{K}_0(x,t)$$

故ニ

$$\int_a^x \overline{K}_0(x,t)\,G(t)\,\mathring{\eta}_1(t)\,dt$$

$$=\int_a^x\left\{\frac{\partial^2}{\partial t^2}\overline{K}_0(x,t)\right\}\mathring{\eta}_1(t)\,dt+\int_a^x I(t)\,\overline{K}_0(x,t)\,\mathring{\eta}_1(t)\,dt$$

$$=\left[\frac{\partial}{\partial t}\overline{K}_0(x,t)\,\mathring{\eta}_1(t)\right]_a^x-\left[\mathring{\eta}_1'(t)\,\overline{K}_0(x,t)\right]_a^x$$

$$=\left\{\mathring{\zeta}_1(x)\,\mathring{\zeta}_2'(x)-\mathring{\zeta}_2(x)\,\mathring{\zeta}_1'(x)\right\}\mathring{y}_1(t)$$

$$-\left\{\mathring{\zeta}_1(x)\,\mathring{\zeta}_2'(a)-\mathring{\zeta}_2(x)\,\mathring{\zeta}_1'(a)\right\}\mathring{\eta}_1(a)$$

$$+\mathring{\eta}_1'(a)\left\{\mathring{\zeta}_1(x)\,\mathring{\zeta}_2(a)-\mathring{\zeta}_2(x)\,\mathring{\zeta}_1(a)\right\}$$

$$=-\mathring{\eta}_1(x)+\mathring{\zeta}_1(x)$$

之ヲ (10) 式ニ代入スレバ

$$\Gamma(\mathring{y}_1)=\mathring{z}_1(x)$$

ヲ得ル。同様ニ

$$\Gamma(\mathring{y}_2) = \mathring{z}_2(x)$$

故ニ次ノ定理ヲ得ル。

<u>定理6</u>　$\mathring{\eta}_1$, $\mathring{\eta}_2$ ヲ微分方程式

$$\eta'' + I\eta = 0, \qquad I = Q - \frac{P'}{2} - \frac{P^2}{4}$$

ノ解中，條件

$$\mathring{\eta}_1(a) = 0 \qquad \mathring{\eta}_1'(a) = 1$$

$$\mathring{\eta}_2(a) = 1 \qquad \mathring{\eta}_2'(a) = 0$$

ヲ満足スルモノトシ，$\mathring{\zeta}_1$, $\mathring{\zeta}_2$ ヲ微分方程式

$$\zeta'' + (I - G)\zeta = 0$$

ノ解中，條件

$$\mathring{\zeta}_1(a) = 0 \qquad \mathring{\zeta}_1'(a) = 1$$

$$\mathring{\zeta}_2(a) = 1 \qquad \mathring{\zeta}_2'(a) = 0$$

ヲ満足スルモノトシ

$$e^{-\frac{1}{2}\int_a^x P\,dx} = b(x)$$

$$\mathring{y}_1(x) = b(x)\,\mathring{\eta}_1(x) \qquad \mathring{y}_2(x) = b(x)\,\mathring{\eta}_2(x)$$

$$\mathring{z}_1(x) = b(x)\,\mathring{\zeta}_1(x) \qquad \mathring{z}_2(x) = b(x)\,\mathring{\zeta}_2(x)$$

ト置ケバ

$$\Gamma(\mathring{y}_1) = \mathring{z}_1(x) \qquad \Gamma(\mathring{y}_2) = \mathring{z}_2(x)$$

デアル。

5. 積分方程式 (B) ハ定理 4, 5, 6 ニ依リ容易ニ解ケルコトハ上述ノ通リデアルガ，特ニ $f\equiv 0$ ノ場合ヲ之ヨリ論ズルコトトスル。即チ

$$u(x)=\int_{a\,(c)}^{x} K(x,t)\,G(t)\,u(t)\,dt$$

$$+\int_{a\,(x)}^{b}\left\{\mathring{y}_1(x)\,\alpha(t)+\mathring{y}_2(x)\,\beta(t)\right\}u(t)\,dt \qquad (B')$$

ノ解デ $u(x)=0$ 以外ノモノヲ求メル。

定理 4 及ビ 6 ニ依リ，積分方程式 (B′) ハ

$$u(x)=\mathring{z}_1(x)\int_a^b \alpha(t)\,u(t)\,dt+\mathring{z}_2(x)\int_a^b \beta(t)\,u(t)\,dt$$

ト等値デアル。故ニ之ヲ解クニハ一次方程式

$$-u+\mathring{z}_1(\alpha u)+\mathring{z}_2(\beta u)=0$$

$$\left\{(\alpha\mathring{z}_1)-1\right\}(\alpha u)+(\alpha\mathring{z}_2)(\beta u)=0$$

$$(\beta\mathring{z}_1)(\alpha u)+(\beta\mathring{z}_2-1)(\beta u)=0$$

ヨリ u ヲ求ムレバヨイ。故ニ解ノアル條件ハ

$$\begin{vmatrix}(\alpha\mathring{z}_1)-1 & (\alpha\mathring{z}_2)\\ (\beta\mathring{z}_1) & (\beta\mathring{z}_2)-1\end{vmatrix}=0$$

デアッテ解ノ計算モ定理5カラ得ラレル。即チ次ノ結果ヲ得ル。

<u>定理 7</u>　$\mathring{y}_1$, $\mathring{y}_2$, $\mathring{z}_1$, $\mathring{z}_2$ ヲ定理6ト同ジ函數トスル

トキ，積分方程式

$$u(x)=\int_{a(c)}^{x} K(x,t)\,u(t)\,dt$$

$$+\int_{a}^{b}\left\{\mathring{y}_1(x)\,\alpha(t)+\mathring{y}_2(x)\,\beta(t)\right\}u(t)\,dt$$

ガ固有解ヲ有スル條件ハ

$$\begin{vmatrix} (\alpha\mathring{z}_1)-1 & (\alpha\mathring{z}_2) \\ (\beta\mathring{z}_1) & (\beta\mathring{z}_2)-1 \end{vmatrix}=0$$

デアッテ，解ハ

1） $(\alpha\mathring{z}_1)-1$，$(\alpha\mathring{z}_2)$，$(\beta\mathring{z}_1)$，$(\beta\mathring{z}_2)-1$ 中少クトモ

一ツガ零ニ等シクナイトキハ

$$u(x)=c_1\left\{\left((\alpha\mathring{z}_1)-1\right)\mathring{z}_2-(\alpha\mathring{z}_2)\,\mathring{z}_1\right\}$$

$$u(x)=c_1\left\{(\beta\mathring{z}_1)\,\mathring{z}_2-\left((\beta\mathring{z}_2)-1\right)\mathring{z}_1\right\}$$

ノ内恒等的ニ零デナイモノノ何レデモ表ハシ得ル。

2） $(\alpha z_1)-1=(\alpha z_2)=(\beta z_1)=(\beta z_2)-1=0$

ノ場合ニハ解ハ

$$u(x)=c_1 z_1+c_2 z_2$$

デアル。

但シ，C_1, C_2 ハ任意ノ常數デアル。