



Title	一階常微分方程式ノ特異點ニ就イテ, X VII
Author(s)	福原, 満洲雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1938, 151, p. 25-29
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74598
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

672. 一階常微分方程式ノ特異點ニ 就イテ, XVI

福 原 満 洲 雄 (九大)

$$(1) \quad x \frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

ニ於テ $f(x, y)$ ハ

$$(2) \quad f(x, y) \sim \sum_{j,k} a_{j,k} x^j y^k \quad (a_{0,0} = 0, a_{0,1} = \lambda)$$

ト展開サレル場合ハ VII (91号), VIII (93号), IX (94号), X (96号), XI (99号) ナ述ベタノアルガ, 餘リ假定ヲ緩リシテ分リ難クシタ嫌ヒガアルシ。今カラ見ルト証明ノ方針ニモ不満ノ點ガアルカラ再ビ改メテ述ベルコトニシタイ。

形式的解 先ヅ形式的ノ解ヲ求メルニハ補助変數ヲ含ム線形微分方程式 (138号) ナ述ベタ一般ノ方針ニヨリ

$$(3) \quad y = \sum_{j,k} p_{j,k} x^j y^k \quad (p_{0,0}=0, p_{0,1}=1)$$

＋ル変換（級数ノ収斂性ハ問題トシテ居ナイ）ヲ行ッテ u ニ関スル方程式ヲ出來ルヤケ簡單ニスル。 u ニ関スル方程式ヲ

$$(4) \quad x \frac{du}{dx} = g(x, u)$$

トスレバ $g(x, u)$ ハ

$$g(x, u) \sim \sum_{j,k} b_{j,k} x^j u^k. \quad (b_{0,0}=0, b_{0,1}=\lambda)$$

ト展開サレル。ソノ係數ハ

$$b_{j,k} = -(j + \lambda(k-1)) p_{j,k} + \dots$$

トナル。書イテナイ部分ハ $p_{\alpha,\beta} (\alpha + \beta < j + k) = 0$ ニ依テキマル。

故ニ $j + \lambda(k-1) \neq 0$ ナルトキ $C_{j,k} = 0$ トスルコトが出來ル。

依ッテ場合ハ次ノヤウニ分レル。

1° 最モ一般ノ場合。 $g(x, u)$ ハ λu トナル。

從ッテ (1)ノ形式的ノ解トシテハ (3)ニ於テ $u = Cx^\lambda$ ト置ケバヨイ。

2° $\lambda =$ 正ノ整数。 (4)ハ

$$x \frac{du}{dx} = \lambda u + ax^\lambda,$$

従ッテ (1) ノ 解 トシテ ハ (3) = 於テ

$$u = x^{\lambda} (a \log x + C)$$

ト 取レバ ヨイ。

以上ハ 既ニ ヨク 知ラレタ 場合 ナアル。

3° $\lambda = 0$. 此ノ 場合ニハ $g(x, u)$ が 0 ヲ 含マナイ
ヌヲニ 出来ル。 依ッテ (4) ハ

$$x \frac{du}{dx} = u g(u)$$

$$g(u) \sim \sum_k b_k u^k \quad (b_0 = 0)$$

トナル。 若シ $g(u)$ ノ 展開式ノ 係數が 皆 0 トナレバ
(3) = 於テ $u = C$ ト 取レバ ヨイ。 $g(u)$ ノ 展開式ノ
係數ノ 中ニ 0 ナイモノガ アレバ (4) ハ XII (143 号) デ
述べヌヌヲニ

$$x \frac{du}{dx} = a u^{n+1} + a' u^{2n+1}$$

トナル。 此ノ 場合ハ $a' \neq 0$ ナラバ

$$u = \left(\frac{a'}{a} n \left(-\frac{n a^2}{a'} (\log x + C) \right) \right)^{-\frac{1}{n}}$$

$a' = 0$ ナラバ

$$u = \left(-n a (\log x + C) \right)^{-\frac{1}{n}}$$

ト 取レバ ヨイ。

4° $\lambda = \frac{\nu}{\mu} =$ 負ノ 有理數。 Malmquist ハ 此ノ

場合ヲ論ジテ居ルガ、形式的ノ解ノ形=ツイテハ何ヲ言ツテ
居+カッタヤウ=記憶シテキル、此ノヤウ+場合=形式的ノ
解ガドンナ形ヲ持ツカー寸見當ガツカナイガ、上=述ベター
般的方法=ヨレバ直チ=解決ガツク。

$j + \lambda(k-1) = 0$ トナル場合ハ $j = \nu k$, $k = \mu k+1$
デアル。依ツテ (4) ハ

$$x \frac{du}{dx} = u \left(\lambda + \sum_{k=1}^{\infty} a_k (x^{\nu} u^{\mu})^k \right)$$

トナル。 a_k ガ皆 0 トナレバ $u = C x^{\lambda}$ ト取ルコトが出
來ルカラ 1° ト全ク同シ状態=ナル。

a_k ノ中= 0 デ+イモノガマルトスル。 $x^{\nu} u^{\mu} = v$
ト置ケバ

$$x \frac{dv}{dx} = \mu v \sum_{k=1}^{\infty} a_k v^k$$

トナル。コレハ

$$v = \sum g_k w^k \quad (g_0 = 0, g_1 = 1)$$

ヲ適當=取ルコト=ヨリ

$$x \frac{dw}{dx} = a w^{n+1} + a' w^{2n+1}$$

トスルコトが出来ル。 $w = x^{\nu} u^{\mu}$ ト置ケバ

$$x \frac{dU}{dx} = \frac{U}{\mu} (-\nu + a (x^{\nu} u^{\mu})^n + a' (x^{\nu} u^{\mu})^{2n})$$

トナリ、而シテ U ト x, u ノ關係ハ

$$U = u \sum_{j,k} r_{j,k} x^j u^k \quad (r_{0,0} = 1)$$

ナル形トナル。依ツテ (4) ヲ

$$(6) \quad x \frac{du}{dx} = \frac{u}{\mu} (-\nu + a(x^\nu u^\mu)^n + a'(x^\nu u^\mu)^{2n})$$

トスルコトが出来ル。コゝデ $w = x^\nu u^\mu$ ト置ケバ (5) ヲ得ル。

故ニ (6) ノ解ハ $a' \neq 0$ ナラバ

$$u = x^{-\nu} \left(\frac{a'}{a} a \left(-\frac{na^2}{a'} (\log x + c) \right) \right)^{-\frac{1}{n}},$$

$a' = 0$ ナラバ

$$u = x^{-\nu} (-na (\log x + c))^{-\frac{1}{n}}$$

トナリ、コレヲ (3) ヲ入レルコトニヨリ (1) ノ形式的ノ解ヲ得ル。

以上デ總ベテノ場合ニ形式的ノ解ヲ得タコトナル。