



Title	円, 球ニ就イテ
Author(s)	松村, 宗治
Citation	全国紙上数学談話会. 1938, 153, p. 66-70
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74608
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

682. 円, 球ニ就イテ

松村 宗治 (台北大)

(I) R_3 内ノ球ニツイテモ同様デアルカラ、今余ハ下ニ
 R_2 内ノ円ニツイテノベル。

ξ, η ナバ互ニ直交スルニツノ用トセバ

$$(1) \quad \bar{\xi} = \cos \varphi \cdot \xi + \sin \varphi \cdot \eta$$

ニテ表ハサルル。因 $\bar{\xi}$ ハ ξ ト φ ナル角ヲナスコトガ分ル、
 次ニ

$$(2) \quad \bar{\eta} = \sin \bar{\varphi} \cdot \xi + \cos \bar{\varphi} \cdot \eta$$

ナル因 $\bar{\eta}$ ハ η ナル用ト $\bar{\varphi}$ ナル角ヲ形成スルコトハ容易ニ
 分ル。

ソコデ $\xi, \bar{\xi}, \eta, \bar{\eta}$ ノ Doppelverhältniss D
 ハ下ノ様デアル。

$$(3) \quad D(\xi, \bar{\xi}, \eta, \bar{\eta}) = \frac{\sin \varphi \sin \bar{\varphi}}{\cos \varphi \cos \bar{\varphi}}.$$

$$\therefore \frac{1+D}{1-D} = \frac{\cos(\varphi - \bar{\varphi})}{\cos(\varphi + \bar{\varphi})}$$

$$(II) \quad \text{次ニ吾々ハ} \quad \dot{\xi} = \frac{d\xi}{d\theta} \quad \text{トシテ (1) ヨリ}$$

$$\dot{\xi} = \cos \varphi \cdot \dot{\xi} + \sin \varphi \cdot \dot{\eta}$$

ヲ考ヘル。然ルトキハ ξ ハ $\dot{\xi}$ + ル円 = 垂直デアリ、 η ハ $\dot{\eta}$ + ル円 = 垂直デアリ、 ξ ハ $\ddot{\xi}$ + ル円 = 垂直デアル。

追テ

$$\ddot{\xi} = \cos \varphi \cdot \ddot{\xi} + \sin \varphi \cdot \ddot{\eta}$$

$$\ddot{\xi} = \cos \varphi \cdot \ddot{\xi} + \sin \varphi \cdot \ddot{\eta}$$

ヲ考ヘルトキハ ξ ハ円 $\ddot{\xi}$ = 垂直, ξ ハ円 $\ddot{\xi}$ = 垂直,
 η ハ円 $\ddot{\eta}$ = 垂直, η ハ円 $\ddot{\eta}$ = 垂直, ξ ハ円 $\ddot{\xi}$ = 垂直,
 ξ ハ円 $\ddot{\xi}$ = 垂直 = ナル。

コノ記号 = ツイテハ日本数学期報第十一卷 P. 195 =
 於ケル高須氏論文ノモヲ参照セラレタシ。

下 = 平面幾何 = ツイテ考ヘル。

今平面曲線 λ ハ円 $\xi(t)$ ノ包絡線デアルトスル。コノ

ユセハ Parameter ヲナル。

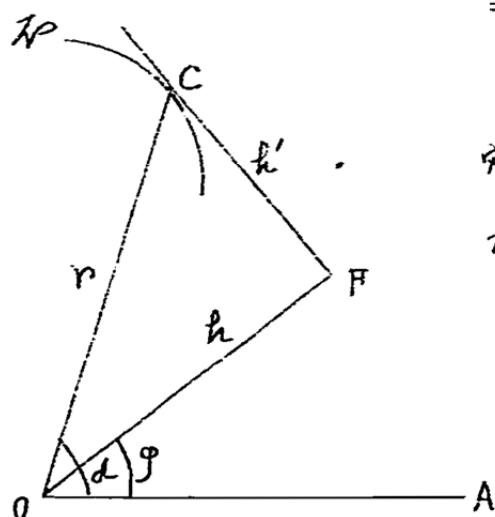
λ 上 = 一点 C ヲトリ、C ヲ
 定点 C = 結ビ OC + ル Radius-
 vektor ヲノトスル。

C = テ λ = 切線 CF ヲ引キ
 Oヨリ CF へノ垂線ヲ OF ト
 シ長サ OF ヲ h デ表ス。

Oヲ通過スル定直線 OA ト

OC トノ間ノ角ヲ α , OA ト OF トノ間ノ角ヲ φ トスル。

サテ C = テ CF = 切スル円ヲ ξ トシ、C = テ OC = 切ス



ル用ヲ η トスル。

$OC = C = \tau$ 切スル用ハ二個アリテ OC ノ 両側ニ存在スル。ソレハ $\pm \eta$ デアル。

サテ下ニ η ナル式ヲ求メル。

先ヅ *Math. Z.* 41, S. 717 = 於ケル *Doetsch* ノ論文ヲ分ツテ イルヤウニ

$$(1) \quad \tan(\alpha - \varphi) = \frac{r'(\alpha)}{r(\alpha)} = \frac{h'(\varphi)}{h(\varphi)}$$

が成立ツ。

先ヅ η ノ式ハ

$$(2) \quad \eta = \cos \psi \cdot \xi + \sin \psi \cdot \xi'$$

ト置クコトが出来ル。コゝニ ψ ハ η ト ξ トノ間ノ角デア
ル。

サテ (1) ヨリ

$$(3) \quad \begin{cases} \cos(\alpha - \varphi) = \frac{r}{\sqrt{r^2 + r'^2}}, \\ \sin(\alpha - \varphi) = \frac{r'}{\sqrt{r^2 + r'^2}} \end{cases}$$

トナル。(3)ヲ (2)ニ代入セバ

$$(4) \quad \eta = \pm \left\{ \frac{r}{\sqrt{r^2 + r'^2}} \xi + \frac{r'}{\sqrt{r^2 + r'^2}} \xi' \right\}$$

トシテ η ノ式が得ラレル。(3)ニ於ケル根号ノ前ハ正、負
ヲトルベキが故ニ (4) ノヤウニナルノデアアル。

尚 (4) ハ亦

$$(5) \quad \eta = \pm \left\{ \frac{h}{\sqrt{h^2 + h'^2}} \xi + \frac{h'}{\sqrt{h^2 + h'^2}} \xi' \right\}$$

或ハ $r\eta = \pm \{ h\xi + h'\xi' \}$

ト書クコトが出来ル。

但シOが擬似中心ナル場合ニツイテハX前ココデノベ
タ。

(4) 或ハ (5) = 於ケル円 η へノ切線ハ常ニ定點ヲ通過スル
コトニナル。

尚、序ニ上記 Doetsch ノ論文ノ定理 1 ノ証明ニツ
イテハ普通ノ初等微積分學ヨリ (備ヘバ坂井博士著微積分學
P. 161)

$$\tan(\alpha - \phi) = \frac{r'(\alpha)}{r(\alpha)}$$

が分ルカラ容易ニ分ルコトト思ハレル。

与タル曲線ノ式が與ヘバ

$$(6) \quad r = a e^{m\alpha}$$

ナル場合ニハ (4) ハ下ノヤウニナル。

$$(7) \quad \sqrt{1+m^2} \eta = \pm \{ \xi + m\xi' \},$$

コノ m ハ定數ナル。

(4) ヲ巴斯ノ如ク種々ノ特別ノ場合ニツイテ求メ得ラルル
コト勿論ナル。

尚 (2) ナル円 η が常ニ定點 η_0 ヲ通過スルナラバ
 $\cos \psi$, $\sin \psi$ が求メラレテ (2) ハ次ノヤウニナル。

$$(8) \quad \eta = \pm \left\{ (\xi' \eta_0) \xi + (\xi \eta_0) \xi' \right\} : \sqrt{(\xi \eta_0)^2 + (\xi' \eta_0)^2}.$$