



Title	補助変数ヲ含ム微分方程式, II
Author(s)	福原, 満洲雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1938, 155, p. 109-113
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74612
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

686. 補助変数ヲ含ム微分方程式, II

福 原 満 洲 雄 (九大)

1. 微分方程式ノ解ノ存在定理、單獨條件及ビ補助変数
= 関スル微分可能性 (即チ補助変数ヲ含ム微分方程式ノ解ノ
、補助変数= 関スル微分可能性) カ微分方程式ノ解ノ近似
的ノ研究= 於テ基本的+定理デアアル。コレ等ノ定理カ微分方
程式ノ研究= 如何= 利用サレルカハ今迄屬テ説明シタ所デア
ル。解ノ存在定理ヤ單獨條件= 関シテハ已ニ多クノ學者= 依
ツテ十分= 詳シク論ゼラレタ、ソレデモ微分方程式ノ特異点
ノ研究ヲ行フ場合= 従来知ラレタ結果ガケデハ不足ヲ感ズル
ノデ、色々+條件ノ下= 於テ存在定理ヲ証明スル必要ヲ生ズ
ル。

併シサウイフ場合=、抽象空間ニ於ケル不動点ノ存在定
理ヲ使フト大抵解決ガツク、コレハ實ニ有難イコトデアアル。
同ジマウニ補助変数= 関スル微分可能性カ扱ヘタラヨイノダ
ガ、今迄ノ所サウ思フマウニハ行カナイ。

本誌89号ヲ述ベタ結果ガ満足スベキモノデ+カッタノ
デ、モットヨイ結果ヲ99号ヲ述ベタノデアアルガソレデモ未
ダ十分デナイ、ドノ程度ノ結果ヲ以テ満足スルカトイフコト
ハ、應用上ノ要求カシキマルノデアアルカラ簡單ニ説明シ難イ
ガ、成ルベク余リヨク述ベテ見ヨウ。

2. 問題ノ微分方程式ヲ

$$(1) \quad \frac{dy}{dt} = f(t, y, \lambda)$$

トシ、コノ右辺ハ

$$(2) \quad a < t < b, \quad |y| < B(t), \quad |\lambda - \lambda_0| < \gamma$$

デ連続、 y, λ = 関シテ連続 + 偏導函数 $f'_y(t, y, \lambda), f'_\lambda(t, y, \lambda)$ ヲ持ツトスル。 y, λ が複素変数ナラバ、ソレハ $f(t, y, \lambda)$ が y, λ = 関シテ正則デアルコトヲ意味スル。

$r(t)$ ハ $a < t < b$ デ正ノ値ヲトル函数トシ、
 $a < t < b$ デ $|y| < B(t)$ 及ビ $t \rightarrow a+0$ ノトキ
 $y = O(r(t))$ ヲ満足スル (1) ノ解ガ如何ナル條件ノ下ニ
 λ = 関シテ微分出来ルカヲ論ズルノが主眼デアル。
 $y = O(r(t))$ ナル條件ノ代リニ $y = o(r(t))$ 或ハ

$$\lim_{t \rightarrow a+0} |y|/r(t) = 0$$

ナドヲ取リタイ (應用上) 場合モ起ルデアラウ。ドレヲ取ツ
テモ同ジヤウナモノデカラ、 $y = O(r(t))$ ヲ取ツテ説明
スルノデアル。

3. (2)ニ於テ

$$(3) \quad |f(t, y, \lambda)| \leq H(t)|y| + G(t)$$

ガ成立スルモノトスレバ (コノ不等式ノ代リニ $|f(t, y, \lambda)| \leq F(t, y, \lambda)$ ヲ取ツタラナドトイフ考ヘモ起ルダラウガ、
自カガ現在應用シヨウトシテキル問題ニハ (3) デ十分ナノデア
ル)、(1) ノ解ト

$$(4) \quad \frac{dY}{dt} = H(t)Y + G(t)$$

ノ解ト比較スルコトが出来ル、 $t \rightarrow a+0$ ノトキ

$Y = O(r(t))$ ヲ満足スル (4)ノ解が唯一ツデ、ソレヲ

$Y = Y(t)$ トシタトキ $a < t < b$ デ $0 < Y < B(t)$ トスル、

キマツタ λ ノ値ニ對シテ (1)ガ $a < t < b$ デ $|y| \leq Y(t)$

ヲ満足スル解ヲ少クトモ一ツ持ツコトハ存在定理ヲ知ツテキ

ルハ = トツテハ明カナ事實デアアル。

ソレハ勿論 $t \rightarrow a+0$ ノトキ $y = O(r(t))$ ヲ満足
スル、ソノ解ノ λ ニ關スル微分可能性が問題デアルカラ、ソノ
ヤウナ解がキマツタ λ ノ値ニ對シテ唯一ツニキマル場合ダケ
ヲ考ヘルノハ當然デアラウ。

於テ (2)ニ於テ

$$(5) \quad |f'_y(t, y, \lambda)| \leq H_1(t),$$

$$|f'_\lambda(t, y, \lambda)| \leq G_1(t)$$

トスル、 $t \rightarrow a+0$ ノトキ $y = O(r(t))$ ヲ満足スル (1)
ノ解が 唯一ツニキマルタメノ條件ハ、 $t \rightarrow a+0$ ノ時

$$(6) \quad \exp\left(\int H_1(t) dt\right) \neq O(r(t))$$

トナルコトデアアル。

於ツテコレヲ假定スル、サウスレバ $y = O(r(t))$ 及
ビ $|y| < B(t)$ ヲ満足スル (1)ノ解ハキマツタ λ ニ對シ
テ唯一ツ存在スルカラ、ソレヲ $y = \varphi(t, \lambda)$ トスレバ、
 $\varphi(t, \lambda)$ ハ

$$(7) \quad a < t < b, \quad |\lambda - \lambda_0| < \gamma$$

ヲ定義サレ、連続デアアル。

$$4. \quad f'_y(t, y, \lambda), \quad f'_\lambda(t, y, \lambda) = \text{於テ } y = \varphi(t, \lambda)$$

ト置イテ得ラレル (t, λ) ノ函数ヲ $h(t, \lambda)$, $g(t, \lambda)$ トスレバ $h(t, \lambda)$, $g(t, \lambda)$ ハ (1) デ連続ヲ (5) = 依ツテ

$$|h(t, \lambda)| \leq H_1(t), \quad |g(t, \lambda)| \leq G_1(t)$$

ヲ満足スル、 $z = \varphi'_\lambda(t, \lambda)$ が存在スルト假定スレバ、ソレハ

$$(8) \quad \frac{dz}{dt} = h(t, \lambda)z + g(t, \lambda)$$

ノ解ヲナケレバナラナイ、依テ (8) ト

$$(9) \quad \frac{dZ}{dt} = H_1(t)Z + G_1(t)$$

ヲ比較シタイ、ソレニハ (9) が $a < t < b$ デ連続ナル値ヲ取ラナイ解ヲ持タナイトマツイ、依ツテ (9) が $a < t < b$ デ負ノ値ヲ取ラナイ連続ナル解ヲ持つト假定スル。然ラバ $t \rightarrow a+0$ ノ時

$$Z = 0 \left(\exp \left(\int H_1(t) dt \right) \right),$$

$a < t < b$ デ $Z > 0$ ヲ満足スル (9) ノ解ハ唯一ツ存在スル。(コレハ簡單ナ演習問題ノ程度ナル、証明ハ省ク)

此ノ唯一ツノ解ヲ $Z = Z(t)$ トスル、(8) ハキマツタ $\lambda = \text{対シテ}$ $a < t < b$ デ連続デ $|z| \leq Z(t)$ ヲ満足スル解ヲ唯一ツ持つ、ソレヲ $z = \psi(t, \lambda)$ トスレバ、 $\psi(t, \lambda)$ モ (9) デ連続ナル。以上述べテ来タ假定ガアレバ $\varphi'_\lambda(t, \lambda) = \psi(t, \lambda)$ トナル。

コレニ依テ $\varphi(t, \lambda)$ ガ (1) = 於テ $\lambda = \text{関シテ}$ 連続ナル偏導

函数ヲ持ツコトガナル。

5. (3), (5)ノ形ニ假定ヲ取ルトキ, $\varphi(t, \lambda)$ ガ λ ニ
関シテ微分出来ルタメニ $H(t), H_1(t), G(t), G_1(t)$ が満
足スベキ十分条件トシテ上ニ得タ所ノモノハ極ク自然ニ導
入サレタモノデアルカラ、コレヲ満足スベキ結果ニ達シタト
見ラレル。

(3), (5)ト異ツタ假定ヲ取レバ話が違ッテ来ルコトハ言フ
マデモナイ、コノ結果ハ聯立微分方程式ノ場合ニ擴張サレル
コトハ明カデアアル。証明ハ $\varphi'_\lambda(t, \lambda) = \psi(t, \lambda)$ ヲ示セバ
ヨイナデ、ソレハ拙著、北大紀要第5巻, 113—115頁ニ
於ケルト同ジヤウニ出来ル。