OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	van der Waerden ノ 《ユークリッド幾何學ノ理論的基礎》 カラ
Author(s)	寺阪, 英孝
Citation	全国紙上数学談話会. 1938, 158, p. 193-198
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74626
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

700

670. van der Waerden ノ《ユークリッド幾何學ノ論理的基礎》カラ

寺阪 英孝（阪大）

Hilbert ノ幾何學ノ基礎デハ運動ノ考ヲ入レズニ三角形ノ合同マデ公理トシテヰルガ、ユークリッド式ノ重ネ合ハセル方法モ、運動トイフモノヲ適當ニ公理化セベ、却ッテ有力ニモナリ：教育的デモアルトイフ考カラ van der Waerden ハ表題ノ書物デ移動ナルモノヲ公理的ニ導入シテ合同ヲ取扱ッテヰル。ソレガ手際ヨイノデ公理ダケデモ紹介シタクナッタ。尤モ運動ヲ使フトイフノハ Klein ノ Elementarmathematik II ニモアルケレドモ、スケッチニ過ギナイカラ、ハッキリシタ公理ヲ擧ゲルノモ無駄デハアルマイト思フ。

序ニコレカラ自然ニ起ル射影幾何學ノ問題ニツイテハ、諸賢ノ御教示ヲ仰ギタイノデ、紙面ヲカリルコトニシタ。

尚 van der Waerden ノ本ハ87頁ノ小冊デアルケレドモ秀才テシク良クマトメテアル。

合同ノ公理ハ次ノ通リ（v. d. W. 氏ノ本デ I ハ結合、II ハ順序ノ公理故、コヽデハ III トナッテヰル）

III. 1. 移動 V ハ各点 P ヲ唯一点 Q ニ移ス。

III. 2. B ガ A ト C トノ間ニアリ、且ツ V ガ一ツノ移動ナラベ VB ハ VA ト VC トノ間ニアル。

III.3. BがAトCトノ間ニアレバ，ACハ決シテABト合同ニハナラナイ。（即チACヲAB ニ移ス移動ハ存在シナイ）

III.4. Dが∠BACノ中ニアレバ，∠BACハ決シテ∠BADト合同ニハナラナイ。

III.5. 各移動 U ニ對シ U^{-1} ナル移動が存在シテ，$U^{-1}(UP)=P$ トナル。（即チ $UP=Q \longrightarrow U^{-1}Q=P$）

III.6. 二ツノ移動 U, V ニ對シ一ツノ移動 W が存在シテ凡テノ P ニツキ $WP=V(UP)$ トナル。（W ハ U トVトノ積 VU ニ他ナラナイ，即チ

$$WP=(VU)P=V(UP)$$

）

最後ノハ少々長イガ

III.7. 與ヘラレタ点Aヲ他ノ與ヘラレタ点A′ニ移シ，第二ノ與ヘラレタ点Bヲ與ヘラレタ半直線A′B′上ノ一点ニ移シ，直線AB外ノ第三ノ與ヘラレタ点CヲA′B′ノ指定サレタ側ニ移ス，トイフ斯様ナ移動が常ニ存在スル。

以上ヂ介ル通リ（即チIII.5., III.6）移動ハ群ヲ造ル。線分ノ大小，線分ノ和，三角形ノ合同等ハ移動ニヨッテ簡單ニ定義サレルシ，種々ノ定理ノ証明モ中等學校デヤルノト同ジヤウナ方法デ出來ルノデ頗ル便リヨイ。然シコンデハ公理ヲ擧ゲタ丈デ，アトハ證明スルコトトシ度イ。

van der Waerden ハ合同幾何學ダケヲ問題ニシテ居タガ，同ジ方法ヲ射影幾何学ニ適用シタラドウカトイフ

問題が自然ニ起ル訳デアル。

移動ノ概念ニ對應スルモノトシテハ射影変換デアルカラコレヲ Pト名ヅケテ上ノ公理 III ノヤウナモノヲ造リ、ソレカラ Desargues カ Pascal 定理ヲ導キ出スコトヲ試ミルノハ面白イコトト思ハレル。組織的ニ研究スルコトハ有志ノ方ニ御願ヒスルコトトシ、氣マグレニ思ヒ付イタコトヲ次ニ述ベテ御參考ニ供シタイ。

直線が直線ニ對應スル一對一ノ点変換ヲ射影変換ト名ヅケ次ノ公理ヲ設ケル。(平面ダケ考ヘル)

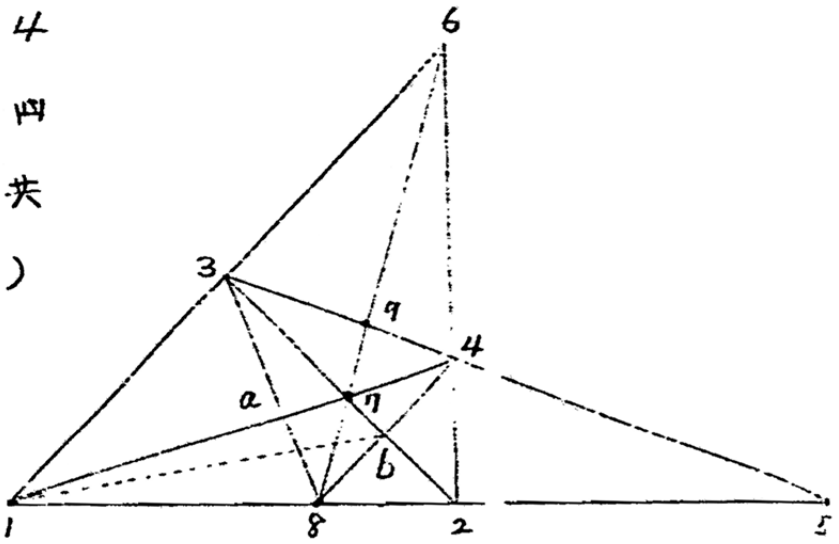
公理 I　ドノ三点モ共線デナイヤウナ四点(一般ノ位置ニアル四点)ヲ、同性質ノ四点ニ對應サセル射影変換ハ必ズ存在シ、且唯一デアル。

公理 II　射影変換ニヨッテ直線上ノ三点ガ不動ナラバ、コノ直線ノドノ点モ不動デアル。

此ノ外ニ射影変換ガ滑ラツクルトカ云フヤウナ公理ヲ入レナケレバナラナイガ、ソレハ簡單ノタメ省略スル。扨テ公理 II ハ強イ條件デ通常 Pascal 定理ト同等ト云ハレテヰルモノダカラ、I, II 双方共ニ用ヰレバ Desargues モ Pascal モ出サリデアルコトガ豫想サレル。コニデ考ヘタイノハ公理 II ヲ假定セズニ公理 I ダケヲ許シタラ如何ナルカ。

ト云フノデアル。

ソコデ先ヅ1234ヲ一般ノ位置ニアル四点（即チドノ三点モ共線デナイヤウナ四点）トシ，公理Ⅰ₂ヨツテ



1234 ↦ 2143

ノ如ク對應スル変換Pヲ考ヘル。ソウスルト直線(12)ハ自身ニ，(34)モ自身ニ對應スルカラ(12)，(34)ノ交点5ハ不動点ニナル。又對應P＝ヨツテ(13)⟶(24)，(24)⟶(13)ナル故、(13)ト(24)トハ入レ換リ、従ツテソノ交点bハ不動点。同様ニ(14)，(23)ノ交点7モ不動点ニナル。ヨツテ直線(67)ハ不動直線ニナル。（(67)上ノスベテノ点ガ不動ナリヤ否カハ不明）

(12)，(67)ガ不動直線ダカラ、ソノ交点8ハ不動。同様ニ9モ不動。

又(14)，(38)ノ交点ヲa，(23)，(48)ノ交点ヲbトスレバコレラノ直線ハ入換ルカラ．a，bモ入換リニナル。ヨツテ直線(ab)ハ不動ナル。ソウスルト(ab)ハ点5ヲ通ラナケレバナラナイコトニナルノデアル。何者(ab)，(12)ノ交点ヲ假ニCトスレバ，(ab)モ(12)モ共ニ不動直線ダカラCモ不動ニナルコトハ確カデアルガ、モシCガ5ト一致シナケレバ（Cガ8ト一致スルコトハナイノダカラ）

C, 5, 6, 7 ハ一般ノ位置ニアッテ何モ不動ナル故，変換P ハ不動変換トナッテアフ筈ガカラデアル。

即チ上圖ノヨリナ圖形デハ a, b, 5 が共線トナルコトが証明出来タ。コレハ Desargues ノ定理ノ特別ナ場合ニ外ナラナイ。

上ノ考ヘヲモー度ツカフト (1b), (2a) が (67) 上デ交ハルコトが容易ニ証明出来ル。所デ 1, 2, 3, 4 カラ順ニ作図ヲシテ、最後ニ (1b), (2a) が (67) 上デ交ハルトイフコトヲ公理I トハ関係ナク改メテ公理ニ入レルナラバ，1234 四点カラアラユル結合デ造ッタ点が所謂 Möbius ノ網ヲ形成スル。トイフコトが R. Moufang ノ研究デ知ラレテキルノデ、結局公理I カラハ Möbius ノ網ノ存在が分ッタ訳デアル。

然シコレ以上ノコトが出ルカ否カ私ハ知ラナイノデ考ヘテ頂ケタラ有難イノデアル。Desargues ノ定理ハ多分出ナイデアラウ、Hilbert 式ノ図形計算が出来ルカ否カガ問題デアル。

参考ノタメニ Moufang ノ論文ヲアゲルナラバ

R. Moufang: Zur Struktur der projektiven Geometrie der Ebene (Math. Ann. 105, 1931)

及ビ引続キ Math. Ann ニ数個ノ Ergänzungen が出テキル。モット整頓シタラ分リ易クナリハシマイカト思ハレル。何ニシテモ基礎論がモット形式的ニナラナケレバ

完全ナモノトハ云ヘナカラウ。