OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	円，球ノ幾何ニツイテ
Author(s)	松村，宗治
Citation	全国紙上数学談話会. 1938, 158, p. 198-203
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74627
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

671. 円，球ノ幾何ニツイテ

松村 泉治 (台北大)

イツモノ記法ヲ用ヒテ円ヤ球ノ幾何ニツイテノベヨウト思フ。

(I) ξトηトヲ R₂ 内ノ円トシ

(1) $\zeta=\xi+i\eta$, $\quad i=\sqrt{-1}$

ヲ考ヘル。

此ノトキ ζ が点ヲ表ハスタメニハ ξトηトが垂直ニナラネバナラヌコトが容易ニ分ル。サテ γ ナル円がξトηトニ切スルナラバ

$$(\zeta\gamma)=1+i$$

トナリ

$$\cos\varphi=1+i$$

ニナル、コニ φ ハ円 ζト円 γトノ間ノ角デアル。

以上 (1) ニテ i ニ代リ duale Zahlen ε ヲ用ヒ($\varepsilon^2=0$)タ場合ニモ此レニ類スル問題ヘ容易ニ考ヘラル。

次ニ ξ 円ニ関スル $\xi+i\eta$ 円ノ反転円ヲ $\bar{\xi}+i\bar{\eta}$ トスレバ，ξ ノ反転円が $\bar{\xi}$ デアリηノ反転円が $\bar{\eta}$ ナルコトモ

容易ニ分ル。

コヽニ ξ, $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$ ハトモニ実円ヲアラハスモノトスル。

(II) R_2 ニ於ケル二ツノ円 $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$ ノ切点 $\mathfrak{p}$ ハ

(1) $\mathfrak{p} = \mathfrak{x} - (\mathfrak{x}\mathfrak{y})\mathfrak{y}, \qquad (\mathfrak{x}\mathfrak{y})^2 = 1$

デ與ヘラレル。

サテ今

(2) $\mathfrak{z} = \mathfrak{x} + (\mathfrak{x}\mathfrak{y})\mathfrak{y}, \qquad (\mathfrak{x}\mathfrak{y})^2 = 1$

ヲ考ヘルトキハ

$$(\mathfrak{z}\mathfrak{x}) = 2, \qquad (\mathfrak{z}\mathfrak{y}) \pm 2$$

(3) $(\mathfrak{p}\mathfrak{z}) = 0$

ガ成立スルコトガ分ルカラ $\mathfrak{z}$ ハ円デアッテ $\mathfrak{p}$ ヲ通過シ $\mathfrak{x}$ 及ビ $\mathfrak{y}$ ト等角ヲナスコトニナル。(3)式ノ右辺ノ2ハ円ノ式ヲ normiert スルコトニヨリテコレヲ I トスルコトガ出来ル、ソレ故ニ $\mathfrak{p}$ ニ於テ $\mathfrak{x}$ ト $\mathfrak{z}$ ガ相切ス、マタ $\mathfrak{p}$ ニテ $\mathfrak{y}$ ト $\mathfrak{z}$ トモ相切ス。

(III) $\xi(\sigma)$ ハ空間曲線 $\xi(\sigma) + \xi''(\sigma)$ ノ Schmiegkugeln ナルコトハ Abh. aus dem Math. Seminar der Hamb. Univ. IV Bd. S. 139 ニ於ケル G. Thomsen ノ論文カラ分ル。

ソコデ今別ニ他ノ空間曲線 $\eta(\sigma) + \eta''(\sigma)$ ヲ考ヘルト其 Schmiegkugeln ハ $\eta(\sigma)$ トナル。

今コノ二ツノ曲線ハ垂直デアリマタ Schmiegkugeln モ互ニ垂直ナラバ

(1) $(\xi\eta) = 0,$

(2) $(\xi+\xi'',\ \eta+\eta'')=0$

トナル、(1),(2) ヨリ

(3) $2(\xi'\eta')=(\xi''\eta'')$

トナル、(3)ハユノ場合必要ニシテ且ツ十分ナル條件ニナル。

此ノ場合ニモシ η が $\xi+\xi''$ ニ垂直，ξ が $\eta+\eta''$ ニ垂直ニシテ ξ ト η トが垂直ナラバ

(4) $(\xi'\eta')=0$

トナル。ユノ場合 ξ ト η トが垂直トイフ代リニ ξ ト η トが相切スルトシテモ同様ノコトガイヘル。

尚前ノ場合デ (1) ノ代リニ $(\xi\eta)=l$ ヲ以テオキカヘ得ベシ。

次ニ式ノ性質カラ直チニ分ルコトハ $\xi+\eta$ ハ $\{\xi+\eta\}+\{\xi+\eta\}''$ ナル空間ノ曲線ノ Schmiegkugeln ニナル。

ツマリ次ノ様ニイヘル。

平均曲線ノ Schmiegkugeln ハ平均 Schmiegkugeln ニナッテヰル。

球子が ξ,η ニ垂直デアリ同時ニ曲線 $\xi+\xi'',\ \eta+\eta''$ ニ垂直ナラバ

$$(\xi\zeta)=0,\quad (\eta\zeta)=0$$
$$(\xi\zeta)+(\zeta\xi'')=0,\quad (\eta\zeta)+(\zeta''\zeta)=0$$

トナリ

$$(\zeta\xi'')=0,\quad (\zeta\eta'')=0$$

ヲ得ベシ。

(Ⅳ) 空間曲線 K_1, K_2, K_3 ガアッテソレ等ノ曲線ノ Schmiegkugeln ヲソレゾレ ξ, η, ζ トシ ξ, η, ζ ノ間ニ

(1) $\xi = \alpha\eta + \beta\zeta$

ナル関係アリトセバ K_1, K_2, K_3 ノ間ニ

(2) $K_1 = \alpha K_2 + \beta K_3$

ナル関係アルコトガ分ル。コゝニ α, β ハ skalare Größen デアル。

コノ証明ハ (1) ヨリ

(3) $\xi'' = \alpha\eta'' + \beta\zeta''$

デアリ (1), (3) ヨリ

$$\{\xi + \xi''\} = \alpha\{\eta + \eta''\} + \beta\{\zeta + \zeta''\}$$

ヨリ上ノコトガ分ル。

(Ⅴ) ξ, η ヲ互ニ直角ニ交ハル R_2 内ノ円トシテ

(1) $\xi = (\xi\xi)\xi + (\xi\eta)\eta$

但シ $(\xi\xi)^2 + (\xi\eta)^2 = 1$

ヲ考ヘルトキハ ξ ハ ξ, η ナル二交点ヲ通ル R_2 内ノ円デアルコトガ容易ニ分ル。

上ノコトヲベ ξ, η ヲ R_3 内ノ球トシテモ類似ノコトガ成立ツ、此ノ場合ニ ξ, η, ζ ハミナ一ツノ Parameter ノ函数デアルトシテ ξ, η, ζ ヲ Schmiegkugeln トスル所空間曲線ヲベソレゾレ K_1, K_2, K_3 トセバ

(2) $K_1 = (\xi\xi)K_2 + (\xi\eta)K_3$

が成立ス。

(1) ニ於ケル η ナル円が R_2 ノ一点 A ヲ通過スル條件ハ

(3) $(\eta\xi)(\xi A)+(\eta y)(y A)=0$

デアル。同様ニシテ ξ, y ヲバ R_3 内ノ垂直ニ交ハル球トセバ (3) ハ ξ, y ノ交円ト一点 A トヲ一球ガ通ル所ノ條件ニナル。

尚、亦 R_2 ノ場合ニ (1) ヲ考ヘ直交スル R_2 ニ於ケル円 ξ_1, y_1 ノ交点ヲ通ル円 η ノ式ハ

(4) $\eta=(\eta\xi_1)\xi_1+(\eta y_1)y_1$

デアル。R_2 内ノ直交二円 ξ_2, y_2 ノ交点ヲ此ノ η ガ通ルナラバ

(5) $\eta=(\eta\xi_2)\xi_2+(\eta y_2)y_2$

デアル、迹ツテ斯ノ如シ。

従ツテ此ノ場合

(6) $(\eta\xi_i)\xi_i+(\eta y_i)y_i=(\eta y_j)\xi_j+(\eta y_j)y_j$

ガ成立ツ、コヽニ $i, j=1, 2, \cdots\cdots$ デアル。

次ニ (1) ノ種類ノ二ツノ円 η, ρ ヲ下ノ様ニ考ヘル。

(7) $\eta=(\eta\xi_1)\xi_1+(\eta y_1)y_1$,

(8) $\rho=(\rho\xi_2)\xi_2+(\rho y_2)y_2$

カテ η, ρ ガ互ニ垂直ナラバ

(9) $(\eta\xi_1)(\rho\xi_2)(\xi_1\xi_2)+(\eta y_1)(\rho\xi_2)(y_1\xi_2)$
$+(\eta\xi_1)(\rho y_2)(\xi_1 y_2)+(\eta y_1)(\rho y_2)(y_1 y_2)=0$

ガ成立ツ。

次ニ此ノ五ニ垂直ナル η, ρ ハマタ一ツノ円系 g ヲ定メ

(10) $g-(g\eta)\eta+(g\rho)\rho$

デアル。コレ ニ (9) ガ成立ツ。

尚 (9) ニテ η, ρ ガ五ニ切スルナラバ (9) ノ右辺ハ0ノ代リニ 1 ニナルコトハ勿論デアル。

(1) ニ於テ η ガ ξ, ζ ト等角ヲナスナラバ (1) ノ η ハ次ノヤウニナル。

(11) $\eta=(\eta\xi)\{\xi+\zeta\}$,

コレニ $2(\eta\xi)^2=1$, $(\eta\xi)=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$ デアル。