



Title	円, 球ノ幾何ニツイテ
Author(s)	松村, 宗治
Citation	全国紙上数学談話会. 1938, 158, p. 198-203
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74627
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

671. 円, 球ノ幾何ニツイテ

松村 泉治 (台北大)

イツモノ記法ヲ用ヒテ円又球ノ幾何ニツイテノベヨウト
思フ。

(I) x と y ト R_2 内ノ円トシ

$$(1) \quad z = x + iy, \quad i = \sqrt{-1}$$

ヲ考ヘル。

此ノトキ z が点ヲ表ハスタメハ x と y トが垂直ニナ
ラネバナラヌコトが容易ニ分ル。サテ ρ ナル円ガ x と y ト
ニ切スルナラバ

$$(z \rho) = 1 + i$$

トナリ

$$\cos \varphi = 1 + i$$

ニナル、コトニ φ ハ円 z ト円 ρ トノ間ノ角ナアル。

以上 (1) ニテ i ニ代リ *dual* *Zahlen* ε ナ用
ヒ (此時 $\varepsilon^2 = 0$) ナ場合ニモ此レニ類スル問題ハ容易ニ考
ヘラル。

次ニ ε 円ニ関スル $x + iy$ 円ノ反轉円ヲ $\bar{x} + i\bar{y}$ ト
セバ、 y ノ反轉円ガ $\bar{x}$ ナアリヤ、反轉円ガ $\bar{y}$ ナルコトニ

容易 = 分ル。

$\gamma = \xi, \eta, \eta\gamma$ ト $\varepsilon =$ 実数 $\neq 0$ アラハスモノトスル。

(II) $R_2 =$ 於ケルニツノ用 ξ, η 一切点 η ハ

$$(1) \quad \eta = \xi - (\xi\eta)\xi, \quad (\xi\eta)^2 = 1$$

ヲ與ヘラレル。

サテ今

$$(2) \quad \zeta = \eta + (\xi\eta)\xi, \quad (\xi\eta)^2 = 1$$

ヲ考ヘルトキハ

$$(\zeta\xi) = 2, \quad (\zeta\eta) = \pm 2$$

$$(3) \quad (\eta\zeta) = 0$$

が成立スルコトが分ルカラ ζ ハ円ヲアツテ η ヲ通過シ
及ビ η ト等角ヲナスコト = ナル、(3)式ノ右辺ノ2ハ円ノ
式ヲ *normiert* スルコト = ヨリテコレヲ Γ トスルコト
が出来ル、ソレ故ニ $\eta =$ 於テ η ト ζ が相切ス、又 $\eta =$
テ η ト ζ トモ相切ス。

(III) $\xi(\sigma)$ ハ空間曲線 $\xi(\sigma) + \xi''(\sigma)$ 1. Schmieg-
kugeln ナルコトハ Abh. aus dem Math. Seminar
der Hamb. Univ. IV Bd. S. 139 = 於ケル G.
Thomsen ノ論文カラ分ル。

ソコサ今別ニ他ノ空間曲線 $\eta(\sigma) + \eta''(\sigma)$ ヲ考ヘルト
其 Schmiegkugeln ハ $\eta(\sigma)$ トナル。

今コノニツノ曲線ハ垂直ヲアリマタ Schmiegkugeln
モ互ニ垂直ナラベ

$$(1) \quad (\xi\eta) = 0,$$

$$(2) \quad (\xi + \xi'', \eta + \eta'') = 0$$

トナル、(1), (2) ヲリ

$$(3) \quad 2(\xi' \eta') = (\xi'' \eta'')$$

トナル、(3)ハコノ場合必要ニシテ且ツ十分ナル条件ニナル。

此ノ場合ニモシ η が $\xi + \xi'' = 0$ 垂直、 ξ が $\eta + \eta'' = 0$ 垂直ニシテ ξ ト η トが垂直ナラバ

$$(4) \quad (\xi' \eta') = 0$$

トナル。コノ場合 ξ ト η トが垂直トイフ代リニ ξ ト η トが相切スルトシテモ同様ノコトカイヘル。

尚前ノ場合デ (1) ノ代リニ $(\xi \eta) = 0$ ヲ以テオキカヘ得ベシ。

次ニ式ノ性質カラ直チニナルコトハ $\xi + \eta$ ハ $\{\xi + \eta\} + \{\xi + \eta\}''$ ナル空間ノ曲線ノ Schmiegkugeln ニナル。

ツマリ次ノ様ニイヘル。

平均曲線ノ Schmiegkugeln ハ平均 Schmiegkugeln ニナツテナル。

球 ζ が $\xi, \eta = 0$ 垂直デアリ同時ニ曲線 $\xi + \xi'', \eta + \eta'' = 0$ 垂直ナラバ

$$(\xi \zeta) = 0, \quad (\eta \zeta) = 0$$

$$(\xi \zeta) + (\zeta \xi'') = 0, \quad (\eta \zeta) + (\zeta \eta'') = 0$$

トナリ

$$(\zeta \xi'') = 0, \quad (\zeta \eta'') = 0$$

ヲ得ベシ。

(IV) 空間曲線 K_1, K_2, K_3 がアッテソレ等 1 曲線ノ
Schmiegekugeln ヲソレソレ $\gamma, \gamma', \gamma''$ トシ $\gamma, \gamma', \gamma''$
ノ間 =

$$(1) \quad \gamma = \alpha \gamma' + \beta \gamma''$$

ナル関係アリトセバ K_1, K_2, K_3 ノ間 =

$$(2) \quad K_1 = \alpha K_2 + \beta K_3$$

ナル関係アルコトが分ル。コノ α, β ハ *skalare Größen* デアル。

コノ証明ハ (1) ヨリ

$$(3) \quad \gamma'' = \alpha \gamma''' + \beta \gamma''''$$

デアリ (1), (3) ヨリ

$$\{\gamma + \gamma''\} = \alpha \{\gamma' + \gamma'''\} + \beta \{\gamma'' + \gamma''''\}$$

ヨリ 上ノコトが分ル。

(V) ξ, η ヲバ 互ニ垂直ニ交ハル R_2 内ノ円トシテ

$$(1) \quad \eta = (\eta \xi) \xi + (\eta \eta) \eta$$

但シ $(\eta \xi)^2 + (\eta \eta)^2 = 1$

ヲ考ヘルトキハ η ハ ξ, η ナルニ交点ヲ通ル R_2 内ノ円デア
ルコトが容易ニ分ル。

上ノコトヲバ ξ, η ヲ R_3 内ノ球トシテニ類似ノコトガ
成立ツ、此ノ場合ニ η, ξ, η ハミナツノ *Parameter*
ノノ函数デアルトシテ η, ξ, η ヲ *Schmiegekugeln*
トスル所空間曲線ヲバソレソレ K_1, K_2, K_3 トセバ

$$(2) \quad K_1 = (\eta \xi) K_2 + (\eta \eta) K_3$$

が成立ス。

(1) = 於ケル η + ρ 円が R_2 ノ一点 ρ ヲ通過スル條件

$$(3) \quad (\eta \xi)(\xi \rho) + (\eta \eta)(\eta \rho) = 0$$

デアル。同様ニシテ ξ, η ヲバ R_3 内ノ直交ニ交ハル球トセバ (3) ハ ξ, η ノ交点ト一点 ρ トヲ一球が通ル所ノ條件ニナル。

尚、亦 R_2 ノ場合 = (1) ヲ考ヘ直交スル R_2 = 於ケル円 ξ_1, η_1 ノ交点ヲ通ル円 η ノ式ハ

$$(4) \quad \eta = (\eta \xi_1) \xi_1 + (\eta \eta_1) \eta_1$$

デアル。 R_2 内ノ直交ニ円 ξ_2, η_2 ノ交点ヲ此ノ η が通ルナラバ

$$(5) \quad \eta = (\eta \xi_2) \xi_2 + (\eta \eta_2) \eta_2$$

デアル、返ツテ斯ノ如シ。

從ツテ此ノ場合

$$(6) \quad (\eta \xi_i) \xi_i + (\eta \eta_i) \eta_i = (\eta \eta_j) \xi_j + (\eta \xi_j) \eta_j$$

が成立ツ、 $i = 1, j = 2, \dots$ デアル。

次ニ (1) ノ種類ノ二ツノ円 η, ρ ヲ下ノ様ニ考ヘル。

$$(7) \quad \eta = (\eta \xi_1) \xi_1 + (\eta \eta_1) \eta_1,$$

$$(8) \quad \rho = (\rho \xi_2) \xi_2 + (\rho \eta_2) \eta_2$$

ナテ η, ρ が互ニ垂直ナラバ

$$(9) \quad (\eta \xi_1)(\rho \xi_2)(\xi_1 \xi_2) + (\eta \eta_1)(\rho \xi_2)(\eta_1 \xi_2) \\ + (\eta \xi_1)(\rho \eta_2)(\xi_1 \eta_2) + (\eta \eta_1)(\rho \eta_2)(\eta_1 \eta_2) = 0$$

が成立ツ。

次 = 此、互 = 垂直ナル η , ρ ハ マターツ ノ 円系 $\mathcal{G}$ ヲ
定メ

$$(10) \quad \mathcal{G} = (\mathcal{G}\eta)\eta + (\mathcal{G}\rho)\rho$$

デアレ、コゝ = (9) 成 立 ヲ。

尚 (9) = テ η , ρ ガ 互 = 切スルナラベ (9) ノ 右辺ハ 0ノ
代リ = 1 = ナルコトハ 勿論デアル。

(1) = 於テ η ド ξ , η ト 等角ヲナスナラベ (1) ノ η ハ 次
ノ如ク = ナル。

$$(11) \quad \eta = (\eta\xi)\{\xi + \eta\},$$

$$\text{コゝ} = 2(\eta\xi)^2 = 1, \quad (\eta\xi) = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \text{デアル。}$$