



Title	Jordan領域ノ stabilité � Capacité (II)
Author(s)	井上, 正雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1938, 164, p. 380-394
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74648
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

719. Jordan 領域 / *stabilité* と *capacité* (II)

井 上 正 雄 (阪大)

本号デハ前談話ニ於テ問題トシタ

$$H^{(1)}(z, F, \mathcal{O}) = H^{(2)}(z, F, \mathcal{O})$$

トナルカドウカノ問題ヲ考ヘテ見ヤウ。コノ $\mathcal{O}$ ハ 単一 Jordan 閉曲面ニテ囲マレタ Jordan 領域デアール。

コノ問題ニ最初ニ手ヲ付ケタノハ Vasilescu デアラウ。彼ハ *Sur la méthode du balayage de Poincaré et -----*, C. R. Paris, 200, 1935 或ハ *Journ. de Math.* 14, 1935 = 於テコノ等式ノ常ニ成立スルコトヲ証明シテイルノデアール。所ガ Keldyich, Laurentieff ハ *Sur le problème de Dirichlet*, C. R. Paris, 204, 1937 = 於テ、上述ノ等式ハ必ズシモ成立セズ、コノ等式ノ成立セザル実例ノ存在スルコトヲ定理トシテ述べテイルノデアール(但シ証明ナシ)

コノ問題ハ、

$$H^{(1)}(z, F, \mathcal{O}) = H^{(2)}(z, F, \mathcal{O})$$

ガ F ノ如何ニカハラズ常ニ成立スルトキ、 $\mathcal{O}$ ハ *Dirichlet* ノ問題ニ関シテ *stable* ナリト云フコトニスルバ

「Jordan 領域ハ常ニ *stable* ナルヤ、否ヤ？」

ト云フコトニナル。

Keldyich, Laurentieff / 論文ニハ証明がト
ク、又、後詳報モ出ナイ、テ⁽¹⁾ Vasilescu / 証明ヲ詳
シク調べテ見ルト少シク改ニ思ハレルトコロガアル。(併シ
コレハソノ結果ヲ否定スルモノデハナイ)。ソレハ “ p ヲ
 régulier + 境界点トスレバ p ヲ矢張り régulier +
境界点トシテモツ ϕ ヲ完全ニ含ム領域 ϕ^* (但シ共通ノ
境界点 p ヲ除外シテ) が存在スル” ト云フ意デアアル。
Vasilescu ハ Wiener / 定理 —— p ヨリ、距離が
 $[\lambda^{2n}, \lambda^{2n}]$, ($0 < \lambda < 1$) ノ間ニアル ϕ = 含マレヤル閉集合
ノ capacité ⁽²⁾ ヲ λ_n トスルトキ、 p が régulier +
レキノ必要且充条件ハ

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_n}{\lambda^{2n}}$$

が発散スルコトデアアル —— 一ヨリ ϕ ヲ含ム如ク ϕ^* ヲ
取リ p = 於イテ ϕ^* = 成シテ作ツタ上ノ級数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_n^*}{\lambda^{2n}}$$

が発散スルヤウニ出来ル (例ヘバコノ級数ノ各項が上ノ級
数ノ各項ノ $\frac{1}{2}$ ヨリ大ナラシメ得レカヲ) ” トイッテイルノ

(1) 此ノ後 M. Keldyich: Sur la résolubilité et
la stabilité du problème de Dirichlet, C. R.
de l'Acad. des Sci. de l'U. R. S. S. V. 18, N. 6.
1938 が出ライルが全然証明がナイ。

デアルが、之ハ果シテ正シイカ？ ドウカ？ 問題ハ此処ニ在ルノデハアルマイカ？

一般ニ有界ナル閉領域ヲ Ω トシ、ソノ閉包ヲ $\overline{\Omega}$ トシ
クトキ

$$C(\overline{\Omega}) = o. G. C(F); \text{ 但シ } F \text{ ハ 閉集合}^{(2)} \\ F \subseteq \Omega$$

ナル関係式ハ果シテ成立スルノデアラウカ？ 若シコノ関係式ノ成立スルコトが解レバ Vasilescu ノ主張ノ正シイコトが判ルノデアアル。又一方逆ニ Vasilescu ノ結論ヲ假定スレバ、コノコトカラ $C(\overline{\Omega}) = o. G. C(F)$ ナルコトが判ルノデアアル。

コノコトヲ証明シテオカウ。

$$(I) \quad H^{(1)}(z, F, \mathcal{O}) = H^{(2)}(z, F, \mathcal{O})$$

(スバテノ $\mathcal{O}$ = 対シテ)

が成立シタト假定シヤウ。

(2) 一般ニ閉集合 F ノ Capacité ハ次ノ如クニシテ定義サレル (Wiener ノ定義)。 F (有界) ノ余集合ノポテンシャル ∞ ヲ含ム無限領域ニテソノ有界ナル境界上デ f, ∞ ガ Δ トル調和函数 (solution généralisée デヨイ) ヲ $\nabla(z)$ トシコノ無限領域ニ含マレル任意ノ球面 S = 対シテ計算シテ

$$\frac{1}{4\pi} \iint_S \frac{\partial \nabla}{\partial N} dS \quad (N \text{ ハ 球面上内側ニ立テタ法線})$$

ヲ F ノ capacité ト云ヒ $C(F)$ デ表ハス (コノ量ハ S ノ取リ方ニ無関係デアアル)。

以下, $\mathcal{O}$ が原点 O を内点トシテ 含ムモノトシテ, ε = 半径 1 , 球面 = 関シテ *Inversion*⁽³⁾ヲ施シテ得テ
 レル O を含ム領域ヲ $\mathcal{O}'$ トスル ——— 一般 = $\overline{\mathcal{O}}$ が移ル
 部分, 余集合ヲ表ハス = 1 ヲ付シテ $\mathcal{O}'$ ト表ハスコト = シヨ
 ウ。

假定ヨリ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} H(z, F, \mathcal{O}_n') = \lim_{n \rightarrow \infty} H(z, F, \mathcal{O}_n^2)$$

$$z \text{ 点トシテ } F(z) = \frac{1}{|z|} \text{ ト考ヘル。}$$

$$H(z, F, \mathcal{O}_n^i) = \text{夫々 Kelvin transformation}^{(4)}$$

$$H(z, F, \mathcal{O}_n^i) = \frac{1}{|z|} \nabla_n^{(i)}(z'); \quad z \xrightarrow{\text{Inversion}} z'$$

ヲ施シテ得ル函数 $\nabla_n^{(i)}(z')$ ハ $\mathcal{O}_n^{i'}$, 外部 = τ 調和函数ト
 ナリ, ε 点ハ $\mathcal{O}_n^{i'}$, *potentiel conducteur* = 外ナ
 ラズ。

従ツテ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \nabla_n^{(i)}(z') = \lim_{n \rightarrow \infty} \nabla^{(i)}(z')$$

故ニ $\mathcal{O}'$ を含ムモノツ, 球面ヲ S トスルベシ

(3) $z(z_1, z_2, z_3)$ を

$$z_1' = \frac{z_1}{r^2}, \quad z_2' = \frac{z_2}{r^2}, \quad z_3' = \frac{z_3}{r^2} \quad \text{但 } r^2 = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$$

ナレバ $z'(z_1', z_2', z_3') =$ 移ス変換ヲ半径 1 , 球面 = 関ス
 ル *Inversion* ト云フ。

(4) O. D. Kellogg: *Foundations of Potential Theory*,
 p. 231 参照。

$$C(\bar{\mathcal{O}}') = \frac{1}{4\pi} \iint_S \frac{\partial V^{(1)}}{\partial N} dS = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{4\pi} \iint_S \frac{\partial V_n^{(1)}}{\partial N} dS$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{4\pi} \iint_S \frac{\partial V_n^{(2)}}{\partial N} dS - \lim_{n \rightarrow \infty} C(\bar{\mathcal{O}}_n^{2'})$$

即ち (II) $C(\bar{\mathcal{O}}') = \lim_{n \rightarrow \infty} C(\bar{\mathcal{O}}_n^{2'})$

$\mathcal{O} = \bar{\mathcal{O}}' \supset \dots \supset \bar{\mathcal{O}}_{n+1}^{2'} \supset \bar{\mathcal{O}}_n^{2'}, \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{\mathcal{O}}_n^{2'} = \mathcal{O}' + \kappa$ 関係

アルコトヲ注意スルベシ, コノ関係式ハ

$$(II) \quad C(\bar{\mathcal{O}}') = O.G \subset (F) \\ F \subseteq \mathcal{O}'$$

ト同等ナル。

コノ逆 (II) - (I) ヲ証明シタリ。

$$C(\bar{\mathcal{O}}') = \lim_{n \rightarrow \infty} C(\bar{\mathcal{O}}_n^{2'})$$

ヲ假定スル。コレヨリ $\nabla_n^{(i)} \rightarrow \bar{\mathcal{O}}_n^{i'}$, potentiel conducteur トスルベシ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{4\pi} \iint_{S_n} \left(\frac{\partial V_n^{(1)}}{\partial N} - \frac{\partial V_n^{(2)}}{\partial N} \right) dS = 0;$$

$S_{n'}$ ハ半径 r' , 球面。

$$\therefore \iint_{S_{n'}} \left(\frac{\partial V_n^{(1)}}{\partial N} - \frac{\partial V_n^{(2)}}{\partial N} \right) dS = \varepsilon_n(r') = \varepsilon_n,$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \varepsilon_n = 0$$

$$V_n^{(1)} - V_n^{(2)} = V_n (\geq 0)$$

トオケル

$$\iint_{S_{r'}} \frac{\partial V_n}{\partial N} dS = \varepsilon_n$$

$$\text{今 } V_n(z') = |z| U_n(z) = r U_n(z); \text{ 又 } \xrightarrow{\text{Inversion}} z'$$

トオケベ $U_n(z)$ ハ $\partial_n' r \geq 0$ + 調和函数, 従ッテ

$\lim_{n \rightarrow \infty} U_n(z) = U(z)$ ハ $\partial r \geq 0$ + 調和函数ナル。

$$\text{ナテ } \iint_{S_r} \frac{\partial r U_n(z)}{(\partial r) \cdot \frac{1}{r^2}} \frac{\sin \theta d\varphi d\theta}{r^2} = \varepsilon_n$$

$$\therefore r = \frac{1}{r'} = \frac{1}{|z'|}$$

コレヲ計算シテ

$$\begin{aligned} & \iint_{S_r} \frac{\partial r U_n(z)}{\partial r} \sin \theta d\varphi d\theta \\ &= \iint_{S_r} U_n^{(2)} \sin \theta d\varphi d\theta + \iint_{S_r} r \frac{\partial U_n^{(2)}}{\partial r} \sin \theta d\varphi d\theta \\ &= \iint_{S_r} \frac{U_n(z)}{r^2} dS + \iint_{S_r} \frac{1}{r} \frac{\partial U_n^{(2)}}{\partial r} dS \\ &= \iint_{S_r} \frac{U_n(z)}{r^2} dS + 4\pi \cdot U_n(0) + \iint_{S_r} U_n(z) \frac{\partial}{\partial r} \cdot \frac{1}{r} dS \\ &= \int_{S_r} \frac{U_n(z)}{r^2} dS + 4\pi U_n(0) - \iint_{S_r} \frac{U_n(z)}{r^2} dS \\ &= 4\pi U_n(0) = \varepsilon_n. \end{aligned}$$

シカレ $\varepsilon_n \rightarrow 0$ + 故 $U(0) = 0$. $\therefore \partial r U(z) \equiv 0$

$$\text{兩チ } V_n^{(i)}(z') = |z| U_n^{(i)}(z)$$

トスレバ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} U_n^{(1)}(z) = \lim_{n \rightarrow \infty} U_n^{(2)}(z)$$

シカル $= U_n^{(1)}(z)$ ハ σ_n^i 境界上デ $\frac{1}{|z|}$ ナル値ヲトル調和函数ナル故

$$\frac{1}{|z|} - U_n^{(1)}(z) = G(z, 0, \sigma_n^i)$$

トオケベ $G(z, 0, \sigma_n^i)$ ハ σ_n^i , 0 7 *pôle* トスレ *Green* ノ函数デアル。即チ次ノコトガ分ツタ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} G(z, 0, \sigma_n^i) = \lim_{n \rightarrow \infty} G(z, 0, \sigma_n^2)$$

シカル $= \lim_{n \rightarrow \infty} G(z, 0, \sigma_n^i) = G^{(1)}(z, 0, \sigma)$ ハ p が

régulier ナルデアレバ

$$\lim_{z \rightarrow p} G^{(1)}(z, 0, \sigma) = 0^{(5)}$$

デアルカ $\lim_{n \rightarrow \infty} G(z, 0, \sigma_n^2) = G^{(2)}(z, 0, \sigma)$ トオケベ

勿論

$$\lim_{z \rightarrow p} G^{(2)}(z, 0, \sigma) = 0$$

トナル。

(5) *Bouligand* ノ定理ト呼ビレタイル。

例へ、*Bouligand*: sur le problème de Dirichlet,

Ann. Soc. Polonaise, 1925 録照

シカル = $\mathcal{O}$, régulier + 境界点ガスベテ stable
 + 境界点 + ラベ $\mathcal{O}$ の stable + 領域トナルコトハ容易 =
 シカル⁽⁶⁾ カラ次ノ定理ヲサヘ証明スレバ (II) — (I), 証明ハ
 完了シタコト = ナル。

$\lim_{z \rightarrow p} G^{(2)}(z, 0, \mathcal{O}) = 0$ + ラベ p の stable + 境界
 点ガアル。

(証明)

$\varepsilon > 0$ ヲ任意ニ與ヘル。 p ヲ中心トスル半径 ρ ノ開
 球ヲ C_ρ デ表ハシ、コノ中ニ含マレル Σ ノ部分ヲ $\Sigma_\rho =$
 テ表ハストキ、 ρ ヲ充分小サクトリ次ノ如キ新シイ連続函数
 (實) $f(z)$ ヲ作ルコトガ出来ル。

$$1^\circ \quad f(z) = F(z) \quad z \in \Sigma - \Sigma_{2\rho}$$

$$2^\circ \quad f(z) = F(p) \quad z \in \Sigma_\rho$$

$$3^\circ \quad |f(z) - F(p)| \leq \varepsilon \quad z \in \Sigma_{2\rho}$$

シカル =

$$|H^{(2)}(z, F, \mathcal{O}) - F(p)| \leq |H^{(2)}(z, F, \mathcal{O}) - H^{(2)}(z, f, \mathcal{O})| \\
+ |H^{(2)}(z, f, \mathcal{O}) - F(p)| \leq \varepsilon + |H^{(2)}(z, f, \mathcal{O}) - F(p)|$$

(b) régulier + 境界点, 従ツテ stable + イ境界点
 ノ集合ハ capacité 0 (後ヲ述ベル Frostman x
 de la Vallée Poussin ノ意味デ) デアル。従ツテ
 capacité 0 ノ集合ヲ除イテ $H^{(1)}$, $H^{(2)}$ ハ境界上デ
 一致スル。故ニ $H^{(1)}(z, F, \mathcal{O}) = H^{(2)}(z, F, \mathcal{O})$ 。

尚コレニ関シテハ Frostman: Potentiel d'équilibre
 et capacité des ensembles 参照。

トナル。ヨツテコ、新シイ函数 = ツイテ

$$\lim_{z \rightarrow p} H^{(2)}(z, f, \phi) = f(p)$$

ナルコトヲ証明スレバヨイ。

ソノタメ、 $f(z)$ 、空間全体ニ於ケル ϕ ノ *prolongement* (コレヲ矢張り $f(z)$ デ表ハシテオク) f が

$$f(p) = 0, \quad |f(z)| \leq 1$$

ヲ満足スル條件ノ下デ、コノ等式ヲ証明スレバ充分デアル。

シカモ $\phi = \phi \in C_p =$ 対シテ $f(z) \equiv 0$ ト假定シテモ何等一般性ヲ失ハナイ。

以上ノ條件ノ下デ上ノ等式ヲ証明シヌ。

C_p ト ϕ_n^i トノ共通集合ヲ $\phi_{n,p}^i$ デ表シ、 C_p 球面上ニ於ケル $\phi_{n,p}^i$ ノ点集合ヲ $\sigma_{n,p}^i$ デ表ス。

シカラバ m, n ヲ充分大ナク取レバ

$$\delta(\overline{\sigma_{n,p}^2} - \sigma_{m,p}^1) < \frac{\varepsilon}{4\pi p^2} \quad (1)$$

ヲ得ル。但シ $\phi = \delta(\sigma)$ ハ σ ノ面積 (Lebesgue ノ測度デヨイ) ヲ表ハスモノトス。シカシテ調和函数

$$\overline{\Phi}_n(z) = \frac{1}{4\pi} \iint_{S(C_p)} g_n(\theta, \varphi) P_2(\theta, \varphi, p) dS$$

ヲ考ヘル。 $\phi = g_n(\theta, \varphi)$ ハ $S(C_p)$ (C_p ノ球面) 上デ $\overline{\sigma_{n,p}^2} - \sigma_{m,p}^1$ 上デ 1, 他デハ 0 トナル函数, $P_2(\theta, \varphi, p)$ ハ Poisson ノ核。

更ニ

$$\omega_{m,n} = \int_{z \in C_p \cdot \phi_m'} G(z, 0, \phi_n^2) = \omega_{m,n} (> 0) \quad (\text{假定ヨ})$$

トス。

シカラベ次ノ不等式ノ成立スルコトハ容易ニ分ル

$$\Phi_n(z) - \frac{G_n(z, 0, d_n^2)}{\omega_{m,n}} \geq H(z, f, d_n^2), \quad z \in d_n^2$$

所カ (1) ナル假定ヨリ

$$\Phi_n(z) \leq \delta \varepsilon, \quad z \in C \frac{\rho}{2}$$

$n \rightarrow \infty$ トシテ

$$\delta \varepsilon + \frac{G^{(2)}(z, 0, d)}{\omega_m} \geq H^{(2)}(z, f, d)$$

$$\text{但シコト} = \omega_m = \lim_{n \rightarrow \infty} \omega_{m,n} (> 0)$$

定理ノ条件ヨリ

$$\lim_{z \rightarrow p} G^{(2)}(z, 0, d) = 0$$

依ツテ

$$\delta \varepsilon \geq \overline{\lim}_{z \rightarrow p} H^{(2)}(z, f, d)$$

同様ニシテ

$$\underline{\lim}_{z \rightarrow p} H^{(2)}(z, f, d) \geq -\delta \varepsilon$$

ε ハ任意ナル

$$\lim_{z \rightarrow p} H^{(2)}(z, f, d) = 0$$

ヲ得ル。故ニ結局

$$\lim_{z \rightarrow p} H^{(2)}(z, F, d) = F(p)$$

之レニテ (II) $\rightarrow$ (I) が完全ニ証明セラレタ。

即チ次ノ定理ヲ得ル。

定理 2.

Jordan 領域 $\mathcal{O}$ が stable + ϵ $\times$ $=$ $\wedge$

$$C(\overline{\mathcal{O}'}) = O. G., \quad C(F) \\ F \subseteq \mathcal{O}'$$

が成立スルコトデアル。

コノ定理ハ有限個ノ Jordan 面 = τ 囲マレタ領域 = ϵ 拡張出来ルガ本質的 = $\wedge$ 何等変ル所ガナイカラ此処デハ省略スル。

猶又 $\lim_{z \rightarrow p} G^{(2)}(z, 0, \mathcal{O}) = 0$ ハ p が stable + ϵ 元ノ充分條件デハアルガ、之レハ同時 = 又必要 + ϵ ルコトハ明ラカデアルカラ次ノ定理ガ又証明サレタ譯デアル。

定理 3.

境界点 p が stable + ϵ $\times$ $=$ $\wedge$ $\mathcal{O}$ 内ノ一点 z_0 = 對シテ

$$\lim_{z \rightarrow p} G^{(2)}(z, z_0, \mathcal{O}) = 0$$

+ ϵ ルコトガ必要且充分デアル。

同時ニ

定理 4. Jordan 領域 $\mathcal{O}$ が stable + ϵ $\times$ $=$ $\wedge$ $\mathcal{O}$ 内ノ一点 z_0 = 對シテ

$$G^{(1)}(z, z_0, \mathcal{O}) = G^{(2)}(z, z_0, \mathcal{O})$$

+ ϵ ルコトガ必要且充分デアル。

更ニ厳密ニハ次ノ定理ガ成立スル。

定理 4'

Jordan 領域 $\mathcal{O}$ が stable + ϵ $\times$ $=$ $\wedge$ $\mathcal{O}$ 内ノ

二点 z_0, z_1 ($z_0 \neq z_1$) = 対シテ

$$G^{(1)}(z_1, z_0, \mathcal{D}) = G^{(2)}(z_1, z_0, \mathcal{D})$$

ナルコトが必要且充分デアル。

同様ニ次ノ諸定理ヲ成立スル。

定理5.

境界点 p が *stable* ナルタメニハ $\{\mathcal{D}_{n,p}^2\}$ = 対シテ

次ノ如キ調和函数系列 $\{v_n(z)\}$ が存在スルコトが
必要且充分デアル。

$$1. \quad v_n(z) > 0$$

$$2. \quad \lim_{n \rightarrow \infty} v_n(z) = v(z)$$

トスルトキ $v(z) \neq 0$

$$\text{且ツ } \lim_{z \rightarrow p} v(z) = 0$$

系 境界点 p が *stable* ナルタメニハ $\overline{C_p - \mathcal{D}_n^2} = \mathcal{D}_{n,p}^{2*}$,

$\mathcal{D}_{n,p}^{2*}$, *potentiel conducteur* $\nabla v_n(z)$,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \nabla v_n(z) = \nabla v(z) \text{ トスルトキ, } \lim_{p \rightarrow 2} \nabla v(z) = i$$

ナルコトが必要且充分デアル。

定理6.

stable + 境界点ハ常 = *régulier* + 境界点
デアル。

サテ定理2ノ意味ヲ考ヘヤウ。

今迄ニ述ベテ来タ *Capacité* ハ常ニ閉集合 (有界)

= 対シテシカ考ヘナカツタ。

シカラバ一般、有界集合ニ対シテハ如何ニ定義スレバヨ
イカ？ Vasilescu ハ任意ノ集合 E ノ *capacité* ヲ定
義スルノ $= C(\bar{E})$ ヲ以ツテシタガ、コノ定義ハドウモ不自
然⁽⁷⁾ ァト云フノデ、後程ニツテ Frostman ヲ De
la Vallée Poussin ノ新シイ定義ガ生ズルニ到ツタ
ノデアアル。

閉集合ノ場合ハ Wiener ノ定義ニヨルトシ一般ノ集
合 E ノ *capacité* ヲ次ノ如ク定義シマウ：

$$C(E) = 0. \text{ G. } C(F): \quad F \text{ ハ 閉集合} \\ F \subseteq E$$

コレハ Frostman, De la Vallée Poussin ノ定
義デアアル —— コハニ注意シテ オキタイノハ西氏トモ最初
此様ニシテ一般ノ集合ノ *capacité* ヲ定義シタノデハナリ、
コノコトハ必然的ナ一性質トシテ出テ来ルノデアアルガ、此処
デハ話ノ便宜上只之レヲ定義トシタノデアアル。西氏ノ定義ハ
夫々異ルガ何レモ極メテ自然ニ定義サレタイル。之レニ関シ
テハ Frostman: loc. cit. 及び De la Vallée
Poussin: Extension de la méthode du
balayage de Poincaré et le problème
de Dirichlet, Ann. Inst. H. Poincaré 1932.,
又一般ノ *capacité* ニツイテハ Vasilescu; la
notion de capacité, Actualité s. et l.
N. 571 (1938) ヲ参照サレタシ。

コレニヨリ Vasilescu ノ定義ト De la Vallée
(註) 次頁へ

Poussin, Frostman, 定義トノ相違が判然トシ
ヌウ:

即チ 前者ノ定義ハ
$$C(E) = \sup_{F \supseteq E} C(F) \dots\dots\dots (1)$$

後者ノ定義ハ
$$C(E) = \sup_{F \subseteq E} C(F) \dots\dots\dots (2)$$

テアル。以下常ニ *capacité* ト云ヘバ後者ノ定義ヲトル
コトニシヌウ。

シカラバ (II) ナル關係ハ

$$C(\overline{D'}) = C(D')$$

從ツテ定理 2 ハ次ノ様ニモ述べラレル。

定理 2'.

Jordan 領域 D ガ *stable* ナルタメニハ

$$C(\overline{D'}) = C(D')$$

ナルコトが必要且充分デアアル。

即チ D' ナル領域ノ *capacité* トソノ境界ヲモ含メタ

閉領域 $\overline{D'}$ ノ *Capacité* トガ等シイカ、ドウカデアアル——

或ハス D ガ *stable* ナラバ (1) = ヨル D' ノ *capacité*

モ (2) = ヨル *Capacité* ノ定義モ等シクナリ、逆ニ D' ノ

(1), (2) 何レノ方法ニヨツテモ *capacité* ガ等シケレバ D

ハ *stable* トナルワケデアアル。

コノ問題ニ関スル考察ハ是迄ニカ達シダイナイデアアリ、

(17) コノ定義ニ從ヘバ有界ナ可測點集合デ *capacité* > 0

ナルモノが存在スル。

(I) ナル結果ガ正シイノガ又ハ正シクナイノカ、今ノ処私トシテ何トモ明答ヲナシ得ナイ次第デアアル。(コノ点ニ関シテ特ニ會員諸士ノ御教示ヲ御願ヒシタイ)。

コノ問題ハ之レニ止メテ、次ニハ Wiener ノ定理ニ相當スル境界点ガ *stable* ナルタメノ必充條件ヲ求メテ見ヤシ。

(訂正) 前号 379 p. ノ最後カラ二行目, “ p ヲ中心トスル……”ハカ論“ p ヲ頂点トスル”ノ誤リデアアル。