



Title	完全連続ナ對稱作用素ノ固有値存在ノ一証明
Author(s)	三村, 征雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1939, 170, p. 694-695
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74681
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

751. 完全連続ナ對稱作用素ノ固有値 存在ノ一証明

三 村 征 雄 (阪大)

今迄一番簡單ナ証明ハ Kellogg が對稱核ニヨル Integral operator ノ場合ニ用キタモノデアルト思ツテキタノデスカ、
次ノヤリニスレバ早イ様デス。(南雲君ノ変分學ニモ一ツノ証明
が出テ居ラス)

假定 A ハ H ノ空間ノ線狀作用素デ

- (1) 完全連続, S ナハチ有界ノ集合ヲ Compact ナ
集合ニ寫ス。
- (2) 對稱, S ナハチ $(Af, f) = \text{real}$.

結論 $A \neq 0$ デアレバ A ハ固有値ヲ持ツ。

証明 (2) カラ $\ell.u.b. |(Af, f)| = \ell.u.b. \|Af\|$ デア
 $\|f\|=1$ $\|f\|=1$

ル。コレヲ M トシ, 且ツ $M = \ell.u.b. (Af, f) > 0$ トスル。

(ソウデナケレバ $-A$ ヲ考ヘレバヨイ), 然ルトキ $\|f_n\| = 1$

デ $(Af_n, f_n) \rightarrow M$ ナル系列 $\{f_n\}$ が存在スル。先ツ

$\|Af_n - Mf_n\| \rightarrow 0$ ヲ証明スル。 S ナハチ

$$0 \leq \overline{\lim} \|Af_n - Mf_n\|^2 = \overline{\lim} (\|Af_n\|^2 - 2M(Af_n, f_n) + M^2\|f_n\|^2) \\ \leq M^2 - 2M^2 + M^2 = 0,$$

$$\therefore \|Af_n - Mf_n\| \rightarrow 0$$

今 (1) = ヨリ $\{f_n\}$ カラ部分列 $\{f_{n_i}\}$ ヲ適當ニトレバ Af_{n_i}

ハ強收斂スルヤリニ出來ル。然ルトキ $f_{n_i} = \frac{1}{M}(Af_{n_i} - (Af_{n_i} - Mf_{n_i}))$

ε 強収斂スル。 $\forall$ $\lim$ f_0 トスレバ

$$Af_{n_i} - Mf_{n_i} \rightarrow 0 \text{ (強)}$$

デアルレ方

$$Af_{n_i} - Mf_{n_i} \rightarrow Af_0 - Mf_0 \text{ (強)}$$

且ツ $\|f_0\| = \lim \|f_{n_i}\| = 1$, ヨツテ M ハ固有値デアル。

注意 $\hookrightarrow$ ノ証明ハ連続函数ノ空間ト連続ノ核 = ヨル積分作用

素ノ場合 = ε 収斂ノ意味ヲ少シ変更スレバ $\forall$ ノマ $\hookrightarrow$ 適

用サレマス。