



Title	完全連続ナ對稱作用素ノ固有値存在ノ証明
Author(s)	吉田, 耕作
Citation	全国紙上数学談話会. 1939, 171, p. 756-758
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74689
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

759. 完全連續 + 對稱作用素ノ固有値存在ノ証明

吉 田 耕 作 (阪大)

三村征雄氏ノ証明 (談話 571)ハ誠ニ鮮々カデアツテ

之レ以上簡單ナ証明ハ存在シサウモナイ。餘リ巧スヤチニ村氏ニ之ヲ伺ツタトヤ、ポイント來ナカッタノデスカ、次ノ如ク二段ニ分ケテ考ヘルトソノカラクリガワカル様ニ思ヒマス。但シ弱收斂ノ概念ヲ使ハネバナリマセン。コナモノヲ使ハバニ濟ム所ニモ三村氏ノ方法ノ巧サガアレ歎デスカ、Hilbert 空間ニ於テハ弱收斂ハソウ難シクハナイノデスカラ許シテ頂ク事ニシマセウ。

第一段 Hilbert 空間ノ對稱連続作用素 T ガ

$$\begin{cases} \text{l. u. b. } (Tx, x) = \text{l. u. b. } \|Tx\| = M \\ \|x\| = 1 & \|x\| = 1 \\ (Tx_0, x_0) = M, \quad \|x_0\| \leq 1 \end{cases}$$

ヲ満足スルナラバ $Tx_0 = Mx_0$ 。

証明: 三村氏ノ論法ヲ(同氏ノ証明ノ初ノ部分参照)

$$\begin{aligned} 0 &\leq \|Tx_0 - Mx_0\|^2 = \|Tx_0\|^2 - 2M(Tx_0, x_0) + M^2\|x_0\|^2 \\ &\leq M^2 - 2M^2 + M^2 = 0 \end{aligned}$$

カラ $Tx_0 = Mx_0$ ヲ得ル。

第二段 Hilbert 空間ノ對稱完全連続作用素 T ガ

$$\begin{cases} \text{l. u. b. } (Tx, x) = \text{l. u. b. } \|Tx\| = M > 0 \\ \|x\| = 1 & \|x\| = 1 \end{cases}$$

ナラバ $(Tx_0, x_0) = M$ ($\|x_0\| \leq 1$) ナル x_0 ガ存在スル。 $M > 0$ カラ必然的ニ $x_0 \neq 0$, モット正シク $\|x_0\| = 1$ デアアル。

証明: M ノ定義カラ $\lim_{i \rightarrow \infty} (Tx_i, x_i) = M, \|x_i\| = 1$

ナル系列 $\{x_i\}$ がアル。Hilbert 空間ノ単位球ハ弱 compact 故カラ、之ノ部分列 $\{x_{i'}\}$ が弱収斂スル:

$\lim_{i' \rightarrow \infty} x_{i'} = x_0$ (弱). T ノ完全連続性カラ $\lim_{i' \rightarrow \infty} T x_{i'}$

$= T x_0$ (強). 故 $M = \lim_{i' \rightarrow \infty} (T x_{i'}, x_{i'}) = (T x_0, x_0)$.

又弱収斂ト云フコトカラ $\|x_0\| \leq \lim_{i' \rightarrow \infty} \|x_{i'}\| = 1$. 以上

注意 さて乍ラ、上ノ証明カラワカルコトハ任意ノ Maximalfolge $\{x_i\}$ カラ任意ノ弱収斂列 $\{x_{i'}\}$ ヲ撰ベバ固有値 $M =$ 属スル固有函数 (絶対値 1)ニ弱収斂スルヲケマス。