



|              |                                                                             |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| Title        | Bessel 微分方程式カラ導カレルーツノ微分方程式ニ就イテ                                              |
| Author(s)    | 伊藤, 誠                                                                       |
| Citation     | 全国紙上数学談話会. 1939, 172, p. 9-11                                               |
| Version Type | VoR                                                                         |
| URL          | <a href="https://doi.org/10.18910/74692">https://doi.org/10.18910/74692</a> |
| rights       |                                                                             |
| Note         |                                                                             |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

## 762. Bessel 微分方程式カヲ導カレル ーツノ微分方程式ニツイテ

伊 藤 誠 (広島商工)

1. 今私ノ方ノ學校ノ電氣學教室デ、導体管ノ中ヲ通  
シテ電磁波ヲ送ル研究ヲシテ居ラレマス。ソノ際矩形断面ノ  
環内ノ電磁波ヲ求メヌウトシテ、次ノ様ナ形ノ微分方程式ニ  
到達致シマシタ。

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{x^2 + n^2}{x^2 - n^2} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{dy}{dx} + \left(1 - \frac{n^2}{x^2}\right) y = 0 \quad (1)$$

特ニ  $n = 0$  ナル場合ニハ此ノ微分方程式ハ

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + y = 0 \quad (2)$$

トナリマス。今  $y = xz$  トオケバ、之レハ更ニ

$$\frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dz}{dx} + \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) z = 0 \quad (3)$$

＋ル際一階 / Bessel 微分方程式トナリ、從ッテソノ一般解ハ

$$z = AJ_1(x) + BY_1(x)$$

デ與ヘラレマス 故、(2)ノ一般解トシテ

$$y = AxJ_1(x) + BxY_1(x)$$

ヲ得マス。

扱テ然ラバ (1)ノ一般解ハ如何ト申シマス、之ハ次ノ様ナ方法ヲ求マリマス。

先ッ第  $n$  階 / Bessel 微分方程式

$$\frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dz}{dx} + \left(1 - \frac{n^2}{x^2}\right) z = 0 \quad (4)$$

ヲ書キカヘテ

$$\frac{d(xz')}{dx} = -\frac{1}{x}(x^2 - n^2)z \quad (5)$$

之レヲ微分シテ

$$\frac{d^2(xz')}{dx^2} = -\left(1 + \frac{n^2}{x^2}\right)z - \left(1 - \frac{n^2}{x^2}\right)xz' \quad (6)$$

(5)ヲ代入シテ

$$= \left(1 + \frac{n^2}{x^2}\right) \cdot \frac{x}{x^2 - n^2} \cdot \frac{d(xz')}{dx} - \left(1 - \frac{n^2}{x^2}\right)(xz')$$

從ッテ

$$\frac{d^2(xz')}{dx^2} - \frac{x^2 + n^2}{x^2 - n^2} \cdot \frac{d(xz')}{x dx} + \left(1 - \frac{n^2}{x^2}\right)(xz') = 0,$$

$y = xz'$  トオケバ

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{x^2 + n^2}{x^2 - n^2} \cdot \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + \left(1 - \frac{n^2}{x^2}\right) y = 0$$

トナリ、(1) + ル微分方程式が得ラレマス。

依ッテ (4) ノ一般解ヲ

$$y = A J_n(x) + B Y_n(x)$$

トシマス、(1) ノ一般解トシテ直チニ

$$y = A x J'_n(x) + B x Y'_n(x) \quad (7)$$

ヲ得マス。

上ノ解法ハ一寸技巧的ニ見エマスガ、案ハ他ノ方面カラ  
此ノ解ヲ求メタ後ニ考ヘ出シタモノデス。正面カラ解ク方法  
ガアリマシタラ御教示願ヒタイト存ジマス。

(昭和 13. 12. 28)