



Title	可附番無限個ノ可能ナ状態ニ関スルMarkov過程III
Author(s)	吉田, 耕作
Citation	全国紙上数学談話会. 1939, 176, p. 170-173
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74707
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

777. 可附番無限個 / 可能 + 状態 = 関スル
Markov 過程 III

吉田 耕作 (阪大)

§7. Mean ergodic theorem と / 関係

final set (ergodic part) は、高々可附番無限個 /
点 $y_1, y_2, \dots$ により成り、且遷移確率 p_{ij} (点 y_i より単位
時間後 = 点 y_j = 移ル) ⁽¹⁾ は

(1) 談話 763, §3.

$$(1) \begin{cases} \text{任意 } i, j = \text{對シ } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n p_{ij}^{(m)} = K_j \text{ (} i = \text{無関係)} \\ \text{存在シ且 } K_j \text{ 全テ } > 0, \sum_{j=1}^{\infty} K_j = 1. \end{cases}$$

コノ時

$$\boxed{\text{定理 3}} \quad \sum_{i=1}^{\infty} |\xi_i| < +\infty \quad \text{ナル如キ任意ノ数列 } \{\xi_i\} =$$

對シ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{\infty} \left| \sum_{i=1}^{\infty} \xi_i \frac{p_{ij} + p_{ij}^{(2)} + \dots + p_{ij}^{(n)}}{n} - \sum_{i=1}^{\infty} \xi_i K_j \right| = 0$$

が成立スル。即チ final set = 於テハ mean ergodic theorem⁽¹⁾ が成立ス。

$$\boxed{\text{証明}} \quad q_{ij}^{(n)} = \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n p_{ij}^{(m)} \quad \text{ト置ク。任意ノ有界数列}$$

$\{m_i\} = \text{對シテ}$

$$(2) \quad \sum_{j=1}^{\infty} \left(\sum_{i=1}^{\infty} \xi_i q_{ij}^{(n)} \right) m_j$$

が $n \rightarrow \infty$ ナル時収斂スルコトヲ証明スルベク充分ナル。

何者 Banach 空間 (l) テハ弱收斂ト強收斂トハ同等ナリ又 Banach 空間 (l) ハ weakly complete⁽²⁾ ナカラ。或ハ弱收斂ナリ、mean ergodic theorem = ヨリ、

(1) 談話 720

(2) S. Banach: Théorie des opérations linéaires, p. 137

収束が成ルコトヲ使ツテモヨイ。

備, 絶対収斂性カラ (2) ハ

$$\sum_{i=1}^{\infty} \xi_i \left(\sum_{j=1}^{\infty} q_{ij}^{(n)} m_j \right)$$

ト書ケル。 $\lim_{n \rightarrow \infty} q_{ij}^{(n)} = K_j > 0$, $\sum_{j=1}^{\infty} K_j = 1 = \exists 1$, $\{m_j\}$,

有界ナコトヲ用ヒ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{\infty} q_{ij}^{(n)} m_j = \sum_{j=1}^{\infty} \left(\lim_{n \rightarrow \infty} q_{ij}^{(n)} \right) m_j = \sum_{j=1}^{\infty} K_j m_j.$$

$$\text{又 } \sum_{i=1}^{\infty} |\xi_i| < +\infty = \exists 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^{\infty} \xi_i \left(\sum_{j=1}^{\infty} q_{ij}^{(n)} m_j \right) = \sum_{i=1}^{\infty} \xi_i \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{j=1}^{\infty} q_{ij}^{(n)} m_j \right)$$

— 以上 —

(注意) Banach空間 (l) が locally weakly compact ナイタメ = 可附添無限個ノ可能ナ状態 = 閉スル Markov 過程ニハ mean ergodic theorem が使ヘナカッタ。此ノタメ = 筆者談話 763 或ハ角谷氏談話 773 ノ如キ方法ヲトラゲルヲ得ナカッタ。

上ノ定理ヲ氣付イテミルト, 斯ル Markov 過程ノカラクリハ大分ハッキリシテ来タ様デス。即チ斯ル Markov 過程ハ mean ergodic theorem' apply スル部分 (ergodic part) が一般ニ可附添無限及ビ dissipative part = 分

(1) レル 談デアリマス。

(1) 筆者談話 763

Banach space (l) の一般 $= (-\infty, +\infty)$ が可積分な
 函数を作る Banach space $L(-\infty, +\infty)$ と相似々モノであ
 るから、次は $L(-\infty, +\infty)$ における Markov 過程を論
 じて置かねばならぬ。(1)

(1) $L(0, 1)$ での Markov 過程は筆者談話 746 を参照せよ。