



Title	微分幾何學ト双對原則（Ⅰ）
Author(s)	渡部, 重勝
Citation	全国紙上数学談話会. 1939, 178, p. 201-206
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74713
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

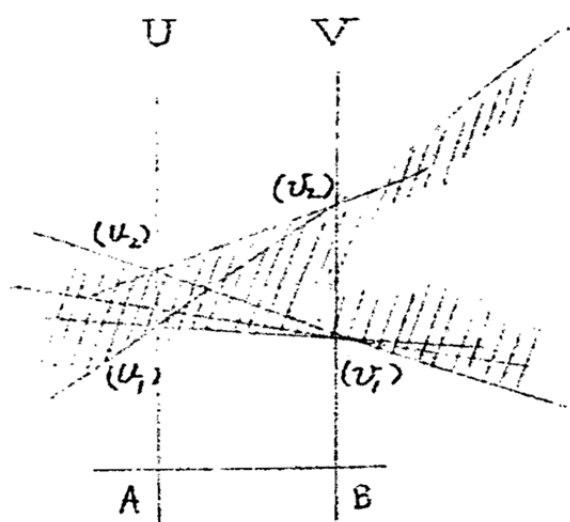
The University of Osaka

783. 微分幾何學ト双對原則(I)

渡部 重勝

代數曲線論, *homographie* = 見ル双對原則ヲ或ル形
 デ微分幾何學ニ持チ込マシトイフ算段ヲ述べサセテ載キマス。
 話ハ結局 Blaschke; *Differentialgeometrie* II^{*}ヲ
 双對原則ノ名ノ下ニ如何ニ燒直サントスルカヲ述ベルコト
 ニ過ギマセン。

§1. 直線ノ集合ノ測度



直線ヲ *homographie*ノ
 平行座標ヲ用ヒテ與ヘマス。
 軸 AU, BV 上ニ夫々區間
 $[u_1, u_2]$, $[v_1, v_2]$ ヲ取
 リ, ソレ等ノ長サガ a, b
 デアルトスル。 $[u_1, u_2]$
 ノ任意ノ一點ト $[v_1, v_2]$

ノ任意ノ一點トヲ結ンデ出來ル全直線ノ集合 —— コレヲ M
 ト表ハス —— = 測度ナルモノヲ考ヘルコトトシ, ソレヲ $a \cdot b$
 ト定義スル。

$$(1) \quad \mu(M) = a \cdot b$$

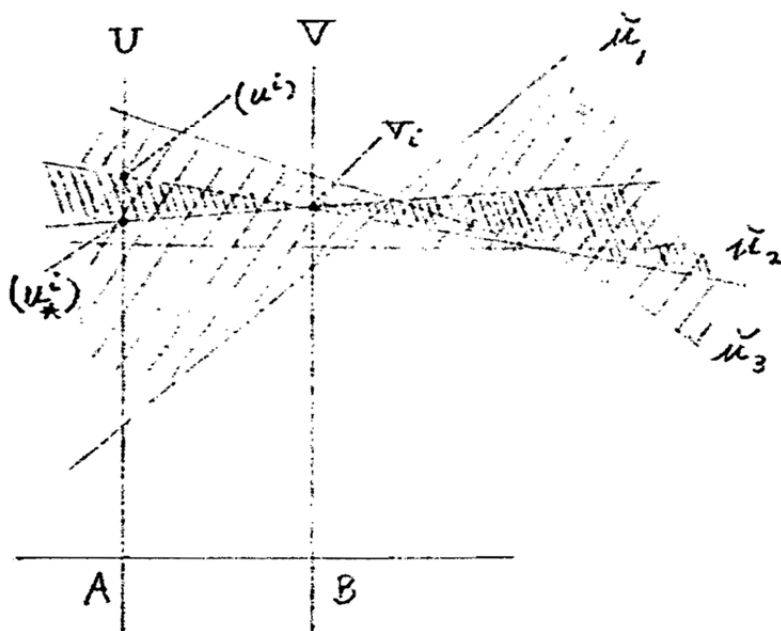
トデモ取ハシマセリカ。

* 以下 Blaschke, *Differentialgeometrie* IIヲ B・D・II
 ト略記スル。

次 $\equiv$ 直線 $\check{\mu}_1 = (u_1, v_1)$, $\check{\mu}_2 = (u_2, v_2)$, $\check{\mu}_3 = (u_3, v_3)$ を取る。一應話を簡単にするために $u_1 < u_2 < u_3$, $v_1 < v_2 < v_3$ とする。然るに直線

$$(2) \quad \check{\mu} = \frac{\lambda_1 \check{\mu}_1 + \lambda_2 \check{\mu}_2 + \lambda_3 \check{\mu}_3}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} \quad (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \geq 0)$$

の全体、集合を M_{123} と表はす —— M_{123} = 属する直線の



全体への、影がけ
られた部分塗り
つぶすことになり
マセウ——。

シカルトキハ上
述の定義をヨッテ
 M_{123} = 測度ヲ
考へルコトが出来
テソレ、次に(3)で
與へラレル。

$$(3) \quad \mu(M_{123}) = \pm \frac{1}{2} \begin{vmatrix} u_1 & v_1 & 1 \\ u_2 & v_2 & 1 \\ u_3 & v_3 & 1 \end{vmatrix}$$

(3)の特別 = (3') とナル。

(3)

$$\begin{vmatrix} u_1, v_1, 1 \\ u_2, v_2, 1 \\ u_3, v_3, 1 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{ナラバ} \equiv \text{直線}$$

 $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3$ 一点 = 會シ M_{123}
 $\wedge$ 点^{*}, 一部分ヲナス

サテ (3) / 証明 = 進ム。 區間 $[v_3, v_1]$ ヲル分シテ今急ヲ $V_i = (v_i)$ トスル。 區間 $[u_3, u_1] =$ 適當 = 小區間 $[u^i, u_*^i]$ ヲ考ヘルトキハ点 $\nabla_i [u^i, u_*^i]$ ハ点 ∇_i ヲ通ル。
 M_{123} = 屬スルモノ全体デアルヤナニスルコトガ出來ル。
 u^i, u_*^i ハ區間 $[v_3, v_1]$ ヲル等分デモスルトキハ容易ニ計算スルコトガ出來、從ツテ $[u^i, u_*^i]$ 1 長サ δ_i モ求メラレルコトナル。 コノ至ツテ、上述ノ測度ノ定義ヲ用ヒルナラバ

$$\sum_i \delta_i (v^{(i+1)} - v^{(i)}) \rightarrow m(M_{123}) \left(\begin{matrix} i \rightarrow \infty \\ v^{(i+1)} - v^{(i)} \rightarrow 0 \end{matrix} \right)$$

ト考ヘラレ、又コレカラ直ニ

$$m(M_{123}) = \pm \frac{1}{2} \begin{vmatrix} u_1, v_1, 1 \\ u_2, v_2, 1 \\ u_3, v_3, 1 \end{vmatrix} > 0$$

ヲ得ル。

サテ M_{123} = 於テ λ_i / 少ナクトモ一ツヲ 0 トシテ得ラ

* dual + 意味デノ点。 $\nabla_i [u^i, u_*^i]$ ハ点 ∇_i / 一部分デ區間 $[u^i, u_*^i] =$ 交ルモノ全体。

レル $M_{1,2,3}$ / 部分集合ハ $M_{1,2,3}$ / *frontière* ト考ヘテ
 ヲテ, 何レノ $\lambda_i \in O$ デナイ $M_{1,2,3}$ / 部分集合ハ $M_{1,2,3}$
 / *intérieure* デアラウ。 *intérieure* O ナラヌ直線
 / 集合。

topologisch ナ直線 / 集合。 (初メカラ判リキッ
 タコト?)

サテハ又, $M_{1,2,3}$ ト云ツタモノヲ基礎ニ置イテ考ヘルコ
 トノ出来ル様ナ或ル種ノ集合 M

$$\text{即チ} \quad \sum_{\alpha} M_{1,2,3}^{\alpha} = M$$

デアレル M , $\sum_{\alpha}$ / 如何ニ依ツテハ *topologisch* ト云ツテ
 イコデアラウ集合 M ヲ考ヘ。併セテ

$$\mathcal{M}(M_{1,2,3}) = \int_{M_{1,2,3}} du dv \quad \left(\int \text{ハ Riemann 積分} \right)$$

ト表ハスコトニスルナラバ, M / 測度ハ

$$(4) \quad \sum_{\alpha} \int_{M_{1,2,3}^{\alpha}} du dv \longrightarrow \mathcal{M}(M)$$

ガ存在スルカ否カニ依ツテ云々 スルコトが出来ヌ。

更ニ一般ニハ軸ニ平行スル直線ヲ除イタ直線 / 全体ハ
 $U \times V \longrightarrow U$ ハ AU 上ノ点ノ集合, V ハ BV 上ノ点ノ
 集合 —— ト考ヘラルベク, 又 U = 属スル集合, V = 属
 スル集合 / 或ル意味ニ於ケル夫々ノ *meßbarkeit* ヲ云々
 スルコトニ依リ, 且ツハ又 $U \times V$ = 属スル集合 M , *meß-*
barkeit ヲ云々スルコトニ依リ, M / 測度ヲ *Riemann*

積分 + ラス 積分ヲ用 ヒテ考ヘラレルデアヲウコト勿論デアル。

§2. 測度ト座標ノ変換

measurable + 集合 M ノ 測度ヲ (4) ノ 如ク 表ハス
+ ラバ 座標ノ変換, 否 直線ノ変換 $\mu \rightarrow \mu_*$

$$(5) \quad \begin{cases} u = \varphi(u^*, v^*) \\ v = \psi(u^*, v^*) \end{cases}$$

= 際シテ 集合 M が 集合 M^* トナレトキ, 積分 $\int_M f(u, v) du dv$
 $du dv$ ハ 次ノ 変換ヲ受ケルコト勿論デアル。

$$(6) \quad \int_M f(u, v) du dv = \pm \int_{M^*} f(\varphi, \psi) \left| \frac{\partial(u, v)}{\partial(u^*, v^*)} \right| du^* dv^*$$

特別 = 変換ガ

$$(7) \quad \begin{cases} u = \alpha u^* + \beta v^* + \rho \\ v = \gamma u^* + \delta v^* + \sigma, \end{cases} \quad \begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix} = 1$$

+ ラ バ

$$\int_M du dv = \int_{M^*} du^* dv^*$$

デアツテ

$$(8) \quad M \text{ ノ 測度ハ 変換 } (\eta) = \text{依ツテ 不変デアル。}$$

茲ニ到ツテ我々ハ $B \cdot D \cdot II$ ヲ 全ク 台成ハ 或ル程度ニヤレノ

dual + ϵ ノ = 焼直シ得ルトノ 見込ヲ持ツコトが出来ル。

何故ナラ $B \cdot D \cdot II^*$ ヲ 作り上げテクレルモノノ 然テハ (3), (8)

, *dual* + ϵ / = 盡キテアルト言ヒ得ルカラ。モシ言ヒ廻
ヤヲ恐レナイナラバ。

本空間ノ話モ平行ニ廻メルコトが出来ル。

空間ノ平行座標ハ最も一般ナル変数ノ方程式ノ共線法ニ依
ル *homogramme* 作成ニ極メテ有效ニ役立ツ。