



Title	解析算法ニ就イテ, Ⅱ
Author(s)	近藤, 基吉
Citation	全国紙上数学談話会. 1939, 183, p. 355-371
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74730
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

799. 解析算法ニ就イテ II

近藤 基 吉 (北大)

4. 解析算法ノ表示

此処デ解析算法ノ表示ノ

問題ヲ考ヘテ置カウ。丁ヲ非可附番ノ *Compact* 距離空間トスル。[丁] デ 丁ノ開カタ部分集合ノ族ヲ示ス。[丁]ノ集合ノ間ニ距離ヲ次ノ様ニ定メル。即チ [丁] ノニツノ集合 E ト F トニ對シテ $E \neq \emptyset \neq F$ ノトキニハ $\text{dis}(E, F)$ デ $\text{b. s. } \text{dis}(x, F) + \text{b. s. } \text{dis}(E, y)$ ノ示シルクトモールニ $x \in E$ $y \in F$ 方カ空集合ノ時ニハ $E = F$ カ $E \neq F$ ニ從ツテ $\text{dis}(E, F) = 0$ カ 1 ト置ク。然ルトキニハ [丁] ハ又 *compact* 距離空間デアル。

空間 $R =$ 對シテ合成空間 $R \times [丁]$ ヲ考ヘル。④ヲ此ノ合成空間ニ定義サレタ函数トスル。即チ $R \times [丁]$ ノ部分集合トスルトキニハ R ノ一点 x ニ對シテ $E(x)$ デ R 上ヘノ射影ガ x デアルマウナ E ノ点ノ集合ヲ示シ $E(x)$ ノ $[丁]$ 上ヘノ射影ヲ $E^{(x)}$ デ示ス。 E ガ開集合ナルトキニハ $E^{(x)}$ ニ亦開集合デアルカラ [丁]ニ含マレル。其処デ④ニ依ツテ R ノ各点 $x =$ 実数④($E(x)$)ノ對應スル函数ヲ考ヘル。是ヲ

$\Gamma(\textcircled{H}, R, J; E)$, $\Gamma(\textcircled{H}, R; E)$ 又ハ $\Gamma(\textcircled{H}; E)$ ノ一ツヲ示シ ④ニ關シテ $E =$ 依ツテ節ハレタ函数, E ヲ開カタ節, ④ヲ節ノ底ト云フ。更ニ $\Gamma(\textcircled{H}; R)$ デ E ガ $R \times [丁]$ ノ凡テノ開カタ部分集合ヲ動クトキニ得ラレル $\Gamma(\textcircled{H}; E)$

ノ族ヲ示ス。

開ゲタ節ニ依ツテ解析算法ヲ表示シタイト思フガ、其ノ
タメニ先ヅ定義ヲ與ヘテ置ク。重 $(F_n(x))$ ヲ空間 R デ定義
サレタ解析算法トスル。子 $\mathcal{F}$ ヲ R デ定義サレタ函数 $\mathcal{F}$ ヲナ
ル族トスルトキニ重 $(\mathcal{F})$ ヲ $F_n(x)$ ガ子ノ函数ヲ動クトキ
ニ得ラレル函数重 $(F_n(x))$ ノ族ヲ示ス。更ニ R デ定義サ
レタ上及ビ下ニ半連続ノ函数ノ族ヲ夫々 $\mathcal{U}(R)$ 及ビ
 $\mathcal{L}(R)$ デ示ス。然ル時ニ次ノ結果ガ得ラレル。

定理 4. 空間 R デ定義サレタ任意ノ解析算法
重 $(F_n(x)) = \text{對シテ開ゲタ節 } \Gamma(\mathcal{H}; E)$ ヲ定義シテ

$$(1) \quad \text{重}(\mathcal{U}(R)) = \Gamma(\mathcal{H}; R)$$

$$(\text{或ヒハ } \text{重}(\mathcal{L}(R)) = \Gamma(\mathcal{H}; R))$$

トナシ得ル。又逆ニ任意ノ開ゲタ節 $\Gamma(\mathcal{H}; E) = \text{對シテ}(1)$
ヲ満足スル解析算法重 $(F_n(x))$ ガ存在スル。

証明. $\mathcal{U}(R)$ ノ場合ト $\mathcal{L}(R)$ ノ場合トハ同様ニ証明
サレルカラ $\mathcal{U}(R)$ ノ場合ヲ考ヘルコトニスル。

其処デ先ヅ次ノ補助定理ヲ証明シテ置ク。

補助定理 $J_k (k=1, 2)$ ヲ非可附着ノ Compact
距離空間トスル。空間 R ト $R \times [J_1]$ デ定義サレタ開ゲタ
節ノ底 $\mathcal{H}_1$ ト $\mathcal{H}_2 = \text{對シテ } R \times [J_2]$ デ定義サレタ開ゲタ節ノ底
 $\mathcal{H}_2$ ヲ選ンデ

$$\Gamma(\mathcal{H}_1; R) = \Gamma(\mathcal{H}_2; R)$$

ノ成立スル様ニナシ得ル。

証明: 先ヅ J_2 ガ Cantor ノ discontinu Δ デア

ル場合ヲ考ヘル。 Δ ヲ J_1 = 変換スル連続変換が存在スル、
 $\varphi(y)$ ヲ決トスル。 其処デ $\mathbb{H}_2$ ヲ $R \times [\Delta]$ 上ニ定義シテ
 $\mathbb{H}_2(x \times E) = \mathbb{H}_1(x \times \varphi(E))$ トスル。 然ル時ニハ $\Gamma(\mathbb{H}_1; R)$
 $= \Gamma(\mathbb{H}_2; R)$ が成立スル。 即チ $\Gamma(\mathbb{H}_1; R)$ ノ函数 $F(x)$
 $=$ 對シテ $F(x) = \Gamma(\mathbb{H}_1; H_1)$ ノ成立スル $R \times J_1$ ノ閉集合
 H_1 が存在スル。 然ルニ $(x, \varphi(y)) \in H_1$ ノ成立スル $R \times J_2$
 ノ点 (x, y) ノ集合 $H_2 \subset R \times H_2$ デ開デ且ツ $\mathbb{H}_2$ ノ定義カ
 ラ $\Gamma(\mathbb{H}_1; H_1) = \Gamma(\mathbb{H}_2; H_2)$ が得ラレル。 故ニ $F(x) \in$
 $\Gamma(\mathbb{H}_2; R)$ デアル。 是ヨリ $\Gamma(\mathbb{H}_1; R) \subset \Gamma(\mathbb{H}_2; R)$
 が得ラレル。 同様ニ $\Gamma(\mathbb{H}_1; R) \supset \Gamma(\mathbb{H}_2; R)$ が成立シテ
 従ツテ又 $\Gamma(\mathbb{H}_1; R) = \Gamma(\mathbb{H}_2; R)$ デアル。

次ニ J_2 が任意ノ compact 非可附番距離空間ノ場
 合ヲ考ヘル。 前ノ結果ニ依ツテ $R \times [\Delta]$ ノ上ニ函数 $\mathbb{H}_\Delta$
 ヲ定義シテ $\Gamma(\mathbb{H}_1; R) = \Gamma(\mathbb{H}_\Delta; R)$ トナシ得ル故ニ
 $\Gamma(\mathbb{H}_1; R) = \Gamma(\mathbb{H}_2; R)$ ノ成立スル $R \times [J_2]$ 上ノ函数 $\mathbb{H}_2$
 ノ存在ヲ証明スルニハ $\mathbb{H}_\Delta =$ 對シテ $\Gamma(\mathbb{H}_\Delta; R) = \Gamma(\mathbb{H}_2; R)$
 ノ成立スル $\mathbb{H}_2$ が $R \times [J_2]$ 上ニ存在スルコトヲ証明スレバ十
 分デアル。 Δ ヲ J_2 ノ部分集合ニ変換スル互相変換ノ一ツ
 $\psi(y)$ ヲ選ンデ $R \times [J_2]$ 上ニ函数 $\mathbb{H}_2$ ヲ次ノヤツニ
 定義スル。

$$\mathbb{H}_2(x \times E) = \mathbb{H}_\Delta(x \times \psi^{-1}(E \psi(\Delta)))$$

然ルトキニハ $R \times J_2$ ノ閉集合 $H =$ 對シテ $\Gamma(\mathbb{H}_2; H) =$
 $\Gamma(\mathbb{H}_\Delta; \psi^{-1}(E \cdot R \times \psi(\Delta)))$ デアルカラ $\Gamma(\mathbb{H}_2; R) = \Gamma(\mathbb{H}_\Delta;$
 $R)$ が成立スル。 (証明了)

定理4ノ証明. 補助定理=ヨツテ J が閉區間
 $[0, +1]$ デアル場合ヲ考フレバ十分デアル. J 上=閉區間
 $J_n = \left[\frac{1}{2n+1}, \frac{1}{2n} \right] (n=1, 2, \dots)$ ヲ取ル. J ノ開分
 ス部分集合 H =對シテ $J_n H$ ヲ考へル. $J_n H + \left(\frac{1}{2n+1} \right)$
 ノ中デ座標ガ最大ノ點ヲ $\mu \left(J_n H + \left(\frac{1}{2n+1} \right) \right)$ トスル. 其
 處デ

$$\lambda_n(H) = \nu^{-1} \left\{ 4n(2n+1) \mu \left(J_n H + \left(\frac{1}{2n+1} \right) \right) - (4n+1) \right\}$$

ト置ク. $\Phi(F_n(x))$ ノ x = 於ケル局所算法 $\Phi_x(y_n) =$ 對
 シテ ④ $((x) \times H) = \Phi_x(\lambda_n(H))$ トスル. 然ルトキ=④
 ガ求メル節ノ底デアル. 即チ $R \times J$ ノ開集合 $H =$ 對シテ
 $H \cdot R \times J_n + R \times \left(\frac{1}{2n+1} \right)$ ハ開集合デアルカラ

$$(2) \quad F_n(x) = \nu^{-1} \left\{ 4n(2n+1) \mu \left(H \cdot R \times J_n + R \times \left(\frac{1}{2n+1} \right) \right) - (4n+1) \right\}$$

ハ R デ上=半連続デ、且ツ ④ノ定義=依ツテ $\Gamma(\textcircled{H}; H)$
 $= \Phi(F_n(x)) \in \Phi(\gamma(R))$ デアル. 是ヨリ $\Gamma(\textcircled{H}, R) \subset$
 $\Phi(\gamma(R))$ ガ成立スル. 次ニ $F_n(x) \in \gamma(R) (n=1, 2,$
 $\dots)$ ノ時=ハ

$$\frac{\nu(F_n(x)) + (4n+1)}{4n(2n+1)}$$

ノ image géométrique $C_n =$ 對シテ $H = \overline{\sum_{n=1}^{\infty} C_n}$ ト
 置ケバ H ト $F_n(x)$ トノ間=ハ (2) ガ成立スル. ソレ故ニ
 $\Phi(F_n(x)) = \Gamma(\textcircled{H}; H) \in \Gamma(\textcircled{H}, R)$ ガ得ラレ,

$\Phi(\gamma(R)) \subset I'(\mathbb{H}, R)$ ナアル. 従ッテ $\Phi(\gamma(R)) = I'(\mathbb{H}, R)$ ナアル. 即チ $\Phi(\gamma(R))$ ハ開ヤタ節ヲ表示サレ
ル.

次ニユノ逆ノ問題ヲ考ヘル. J ヲ非可附番ノ Compact 距離空間トスル. $R \times [J]$ ナ定義サレタ節ノ底 $\mathbb{H}$ ガ與ヘラレタトキニ、補助定理ニ依ッテ Cantorノ discontinu Δ ニ對シテ $R \times [\Delta]$ ナ定義サレタ函数 $\mathbb{H}^*$ ヲ選ンテ $I'(\mathbb{H}, R) = I'(\mathbb{H}^*, R)$ トナシ得ル. 故ニ $I'(\mathbb{H}, R)$ ト解析算法トノ關係ヲ知ルニハ $I'(\mathbb{H}^*, R)$ ト夫トノ關係ヲ知レバ十分ナアル. 其處ヲ R ノ各点 x ニ對シテ實數ニ関スル算法 $\Phi_x(y_n)$ ヲ次ノ様ニ定義スル. Δ ノ區間 $(n_1, n_2, \dots, n_k)$ ハ可附番デアルカラ夫レ等ヲ列ズルコトが出来ル. $\{I_n\} (n=1, 2, \dots)$ ヲ夫トスル. 其處ヲ實數列 $\{y_n\} (n=1, 2, \dots) =$ 對シテ

$$\Phi_x(y_n) = \mathbb{H}^* \left(x \times \left(\Delta - \sum_{y_n < 1} I_n \right) \right)$$

トスル. $\Phi(F_n(x))$ ヲ R ノ各点 x ニ於ケル局所算法ガ $\Phi_x(y_n)$ デアルヤヲ解析算法トスル. 然ル時ニハ $\Phi(\gamma(R)) = I'(\mathbb{H}^*, R)$ ガ成立スル. 即チ $F_n(x) (n=1, 2, \dots)$ ヲ $\gamma(R)$ ノ函数トスル時ニハ $H_n = \text{End}(F_n(x) \geq 1) (n=1, 2, \dots)$ ハ開集合デアルカラ

$$(3) \quad H = \prod_{k=1}^{\infty} \sum_{O(I_n)=K} H_n \times I_n$$

(但シ、 $O(I_n)$ ハ I_n ノ位数ヲ示ス)ハ又 $R \times \Delta$ ガ開集

合アアル。然ルニ R ノ各点 x = 對シテ

$$\textcircled{H}^*(H^\infty) = \textcircled{H}^*((x) \times (\Delta - \sum_{F_n(x) < 1} I_n)) = \Phi_x(F_n(x))$$

が成立スル故ニ $\Gamma(\textcircled{H}^*; H) = \Phi(F_n(x))$ が成立シ従ツテ

$\Phi(F_n(x)) \in \Gamma(\textcircled{H}^*, R)$ 或ニハ $\Phi(\gamma(R)) \subset \Gamma(\textcircled{H}^*, R)$

デアアル。次ニ $R \times \Delta$ ノ閉集合 H = 對シテ $H_n = \text{Proj } R \times H \times$

$R \times I_n$ ノ特性函数ヲ $F_n(x)$ トスル トキニハ $F_n(x) \in \gamma(R)$

($n = 1, 2, \dots$) が成立シ且ツ H ト $F_n(x)$ トノ同ニハ (3)

が成立シ従ツテ $\Phi(F_n(x)) = \Gamma(\textcircled{H}^*; H)$ デアル故ニ

$\Gamma(\textcircled{H}^*, H) \in \Phi(\gamma(R))$ が得ラレル。ソレ故ニ $\Gamma(\textcircled{H}^*, R)$

$\subset \Phi(\gamma(R))$ が成立シ $\Gamma(\textcircled{H}^*, R) = \Phi(\gamma(R))$ デアル。

(証明了)

5. 集合ニ関スル解析算法 $\Phi(F_n(x))$ ノ空間 R

ヲ定義サレタ解析算法トスル。是ノ毎所算法ガ0ト1トヲ其

ノ値トシテ取ル場合ニハ R ノ部分集合 E_n ($n = 1, 2, \dots$)

ノ特性函数 $\chi_{E_n}(x)$ = 對シテ $\Phi(\chi_{E_n}(x))$ ハ R ノ部分集

合ノ特性函数デアアル。コノ部分集合ヲ E トスルトキニ。此処

ヲ集合列 $\{E_n\}$ ($n = 1, 2, \dots$) カラ集合 E ヲ構成スル算

法ヲ考ヘラレル。之レヲ集合ニ関スル解析算法ト云フ。

先ツ(函数ニ関スル)解析算法ト集合ニ関スル解析算法

トノ関係ヲ考ヘル。其ノタメニ定義ヲ與ヘテ置ク。 $\Phi(E_n)$

ヲ空間 R ノ部分集合ニ對シテ定義トレタ解析算法トスル。 R

ノ閉集合カラナル族 $\mathcal{F}(R)$ (R ノ開集合カラナル族 $\mathcal{G}(R)$)

= 對シテ E_n ガ $\mathcal{F}(R)$ ($\mathcal{G}(R)$) ノ集合ヲ動かクトキニ得ラレル

$\Phi(E_n)$ ノ族ヲ $\Phi(\mathcal{F}(R))(\Phi(\mathcal{G}(R)))$ ヲ示ス。

$\Psi(F_n(x))$ ヲ R ヲ定義サレタ (函数=関スル) 解析
 算法トスル時=任意ノ実数ノ集合 M = 対シテ集合 $E_{ns}(\Phi(x) \in M)$ (但シ $F(x) \in \Psi(\mathcal{F}(R))$ (又ハ $F(x) \in \Psi(\mathcal{G}(R))$))
 ノ族ヲ $E_{ns}(\Psi(\mathcal{F}(R)) \in M)$ (又ハ $E_{ns}(\Psi(\mathcal{G}(R)) \in M)$) ヲ
 示ス。

特= $M = [a, +\infty]$, 時= $E_{ns}(\Psi(\mathcal{F}(R)) \in M)$ (又
 ハ $E_{ns}(\Psi(\mathcal{G}(R)) \in M)$) ヲ簡單= $E_{ns}(\Psi(\mathcal{F}(R)) \geq a)$
 (又ハ $E_{ns}(\Psi(\mathcal{G}(R)) \geq a)$) ヲ示ス。同様=
 $E_{ns}(\Psi(\mathcal{F}(R)) > a)$, $E_{ns}(\Psi(\mathcal{F}(R)) \leq a)$ 等ヲ定
 義スル。

定理5. $\Phi(F_n(x))$ ヲ空間 R ヲ定義サレタ解析算
法ノ M ヲ任意ノ実数ノ集合トスルトキ= R ヲ定義サレタ集合
= 関スル解析算法 $\Psi(E_n)$ ヲ適當ニ選ンテ

$$\text{又ハ } \left. \begin{array}{l} E_{ns}(\Phi(\mathcal{F}(R)) \in M) \\ E_{ns}(\Phi(\mathcal{G}(R)) \in M) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \Psi(\mathcal{F}(R)) \\ \Psi(\mathcal{G}(R)) \end{array} \right.$$

トナシ得ル。

証明. 他ノ場合ハ同様ニ証明サレルカラ、此処ヲ
 $E_{ns}(\Phi(\mathcal{F}(R)) \in M)$ = 対シテ $E_{ns}(\Phi(\mathcal{F}(R)) \in M)$
 = $\Psi(\mathcal{F}(R))$ ノ成立スル集合= 関スル解析算法 $\Psi(E_n)$
 が存在スルコトヲ証明スル。先ヅ R ノ閉集合ノ特性函数ノ列
 カラ $\mathcal{F}(R)$ ノ函数ヲ構成スル算法 $\mathcal{F}(F_n(x))$ ヲ定義ス

ル。有理数全体ヲ列ベ $\mathbb{Q}$ 。 $\{r_n\} (n=1, 2, \dots)$, γ
 ノ一ツトスル。 其処デ R , 閉集合 $E_n (n=1, 2, \dots)$
 ノ特性函数 $\chi_{E_n}(x) = \text{對シテ}$

$$\gamma(\chi_{E_n}(x)) = b_n \delta \cdot \left\{ \delta(r_n \chi_{E_n}(x)) \right\},$$

$$\text{但シ } \delta(0) = -\infty, \delta(x) = x \quad (x \neq 0),$$

ト置 γ 。 $\gamma(\chi_{E_n}(x))$ ハ $\gamma(R)$ ノ函数デ且ツ $\gamma(R)$ ノ
 元 γ ノ函数ハ $\gamma(F_n(x))$ ガ得ラレルコトハ明カデア $\mathbb{R}$ 。

次ニ $\Phi^*(F_n(x))$ ヲ次ノ様ニ定義スル。 R ノ各点 x ニ
 對シテ $\Phi_x(y_n) \in M$ ノ時ニ $\Phi_x^*(y_n) = 1$, $\Phi_x(y_n) \in M$
 ノトキニ $\Phi_x^*(y_n) = 0$ トスル。 是ニ對シテ $\Phi^*(\gamma(F_{2^n(2k-1)}(x)))$
 ヲ考ヘ $\mathbb{R}$ 。 $F_{2^n(2k-1)}^{(0)}(x)$ ガ R ノ閉集合ノ特性函数デア $\mathbb{R}$ 時
 $= \gamma(F_{2^n(2k-1)}^{(0)}(x)) (n=1, 2, \dots)$ ハ上ニ半連続デア $\mathbb{R}$
 カ $\mathbb{R}$ $\Phi^*(\gamma(F_{2^n(2k-1)}^{(0)}(x)))$ ハ $E_n \Delta (\Phi(\gamma(R)) \in M)$ ノ集
 合ノ特性函数デア $\mathbb{R}$ 。 又 $E_n \Delta (\Phi(\gamma(R)) \in M)$ ノ任意ノ集
 合 E ノ特性函数 $\chi_E(x) = \text{對シテ}$ ハ $\chi_E(x) = \Phi^*(F_n(x))$ ノ
 成立スル $\gamma(R)$ ノ函数 $F_n(x) (n=1, 2, \dots)$ ガ存在ス
 ル故ニ

$$\chi(E) = \Phi^*(\gamma(F_{2^n(2k-1)}^{(0)}(x)))$$

ノ成立スル R ノ閉集合ノ特性函数 $F_n^{(0)}(x) (n=1, 2, \dots)$
 ガ存在スル。 從ツテ $\Phi^*(\gamma(F_{2^n(2k-1)}^{(0)}(x)))$ ノ定義スル集合
 $=$ 閉スル解析算法 $\Phi(E_n) = \text{對シテ } E_n \Delta (\Phi(\gamma(R)) \in M) =$
 $\Phi(\gamma(R))$ デア $\mathbb{R}$ 。 (証明了)

系 $\Phi(F_n(x))$ ヲ空間 R ニ定義サレタ解析算法トス

ル時ニ任意ノ実数 $a = \text{對シテ}$

$$\underline{E_{ns}(\Psi(\gamma(R)) \geq a) \text{ (又ハ } E_{ns}(\Psi(\gamma(R)) < a))} \\ = \underline{\Psi(\mathcal{F}(R))}$$

ノ成立スル集合 = 閉スル解析算法 $\Psi(E_n)$ が存在スル。

次 = 集合 = 閉スル解析算法ノ表示ヲ考ヘル。丁ヲ非可
附番ノ compact 距離空間トスル。空間 R = 對シテ合
成空間 $R \times [J]$ ヲ考ヘル。然ヲ是ノ部分集合トスル。
 $R \times J$ ノ閉集合 E = 對シテ $E(x) \in \mathcal{E}$ ノ成立スル x
ノ集合ヲ

$$I'(\mathcal{E}, R; J; E), \quad I'(\mathcal{E}, R; E) \\ \text{又ハ } I'(\mathcal{E}; E)$$

ノ一ツヲ示シ $\mathcal{E}$ = 閉シテ E = 依ッテ節ハレタ集合 E ヲ閉
分々節, $\mathcal{E}$ ヲ節ノ底ト云フ。更ニ E ガ $R \times J$ ノ凡テノ閉集
合ヲ動かクトキ = 得ラレル $I'(\mathcal{E}; E)$ ノ族ヲ $I'(\mathcal{E}, R)$ ヲ
示ス。

定理6. $\Psi(E_n)$ ヲ空間 R ヲ定義サレタ集合 = 閉スル
解析算法トスルトキ = $R \times [J]$ (J ハ非可附番ノ compact
距離空間)ノ部分集合 $\mathcal{E}$ ヲ定義シテ

$$(1) \quad \underline{\Psi(\mathcal{F}(R)) \text{ (又ハ } \Psi(g(R))) = I'(\mathcal{E}, R)}$$

トナシ得ル。又逆 = 任意ノ $R \times [J]$ ノ部分集合 $\mathcal{E}$ = 對
シテ (1)ヲ満足スル集合 = 閉スル解析算法 $\Psi(E_n)$ が存
在スル。

証明。次ノ補助定理ヲ証明スル。

補助定理 R ヲ定義サレタ函数 = 閉スル解析算法

$\Psi(F_n(x))$ ヲ選ンデ

$$\underline{\Psi(f(R)) \text{ (又ハ } \Psi(g(R))) = \text{End}(\Psi(r(R)) \geq 1)}$$

トナシ得ル。

証明. $\Psi(E_n)$ ヲ定義スル函数 = 関スル解析算法ノ
 一ツテ $\Psi(F_n(x))$ トスルトキ = 解析算法 $\Psi^*(F_n(x))$ ヲ
 定義シテ $\Psi^*(F_n(x)) = \Psi(\sigma(F_n(x)))$ (但シ, $x \geq 1$
 ノ時 = $\sigma(x) = 1$, $x < 0$ ノキ = $\sigma(x) = 0$) トスレバ
 $\Psi(f(R)) = \text{End}(\Psi^*(r(R)) \geq 1)$ 成立スレコトハ明
 ラカデアル. $\Psi(g(R))$ = 對シテモ同様カアル。

(証明了)

定理6ハ補助定理並ビ = 定理4ヨリ明ラカデ
 アル. (証明了)

最後 = 集合 = 関スル解析算法ノ構造ヲ考ヘル. 先ヅ
 定義ヲ與ヘル. 空間 R = 於ケル集合 = 関スル解析算法 $\Psi(E_n)$
 ノ中デ特ニ $\Psi(E_n) = R - E$ ガ與ヘラレルモノヲ *opération*
complémentaire ト云ヒ, 又 $\Psi(E_n)$ ヲ與ヘル函数 =
 関スル解析算法ガ *topologique* (又ハ *homogène*) ナ
 ルモノヲ 集合 = 関スル *opération topologique* (又
 ハ *homogène*) ト云フ. 集合 = 関スル *opérations*
topologique ノ例トシテ

$$\sum_{n=1}^{\infty} E_n, \prod_{n=1}^{\infty} E_n, \sum_{n_2} \prod_{k=1}^{\infty} E_{n_k}$$

等ヲ上ゲルコトが出来ル。

定理7. 集合 = 関スル解析算法 $\Psi(E_n)$ ハ集合 $E_n (n =$
 $1, 2, \dots)$ = *opération complémentaire* ト

opération topologique トヲ 繰返シテ 施シテ 得テ

レル。

第一証明. Δ 7 Cantor / discontinu トスル
時 = $R \times [1]$ (R ハ $\Psi(E_n)$ / 定義 + レタ 空間) / 部分集合
ヲ 選ンデ $I'(R, R) = \Psi(\mathcal{F}(R))$ トナシ得ル。

Δ / 区間ヲ 列ニ 列ベル。其ノ 一ツヲ $\{I_n\}$ ($n=1, 2, \dots$
----) トスル。 R / 部分集合 E_n ($n=1, 2, \dots$) = 對
シテ

$$E = \prod_{k=1}^{\infty} \sum_{O(I_n)=K} E_n \times I_n$$

ト置ク。(但シ $O(I_n) \wedge I_n$ / 位数ヲ 示ス) R / 一点 x ト
 $\mathcal{E}(x)$ / 集合 N ヲ 取ル。($\mathcal{E}(x) = 0$ / 時 = 八端 = $x \in \Psi(E_n)$
デアレカラ $\mathcal{E}(x) \neq 0$ / 場合ヲ 考ヘル) 其處デ $N = E^{(x)}$ / 條件
ヲ 求メル。是ハ

$$\left(N - \prod_{k=1}^{\infty} \sum_{O(I_n)=K} E_n^{(x)} \times I_n \right) + \left(\prod_{k=1}^{\infty} \sum_{O(I_n)=K} E_n^{(x)} \times I_n - N \right) = 0$$

或ヒハ

$$(1) \quad x \in x - \text{proj}_R \left\{ \left(N - \prod_{k=1}^{\infty} \sum_{O(I_n)=K} E_n^{(x)} \times I_n \right) \right. \\ \left. + \left(\prod_{k=1}^{\infty} \sum_{O(I_n)=K} E_n^{(x)} \times I_n - N \right) \right\}$$

デアレル。然ルニ

$$\text{proj}_R \left(N - \prod_{k=1}^{\infty} \sum_{O(I_n)=K} E_n^{(x)} \times I_n \right) = \text{proj}_R \sum_{k=1}^{\infty} \prod_{O(I_n)=K} (N - E_n^{(x)} \times I_n)$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu \in N} \prod_{o(I_n)=k} \Lambda_{\nu}(E_n^{(x)})$$

$$\text{Proj}_R \left(\prod_{k=1}^{\infty} \sum_{o(I_n)=k} E_n^{(x)} \times I_n - N \right) = \sum_{\nu \in N} \prod_{k=1}^{\infty} \sum_{\substack{o(I_n)=k \\ \nu \in I_n}} E_n^{(x)}$$

$$\text{但し } \Lambda_{\nu}(E_n^{(x)}) = E_n^{(x)} \quad (\nu \in I_n \text{ の時})$$

$$= R - E_n^{(x)} \quad (\nu \in I_n \text{ の時})$$

デアルカラ

$$x - \text{Proj}_R \left\{ \left(N - \prod_{k=1}^{\infty} \sum_{o(I_n)=k} E_n^{(x)} \times I_n \right) + \left(\prod_{k=1}^{\infty} \sum_{o(I_n)=k} E_n^{(x)} \times I_n - N \right) \right\}$$

$$= x - \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu \in N} \prod_{o(I_n)=k} \Lambda_{\nu}(E_n^{(x)}) + \sum_{\nu \in N} \prod_{k=1}^{\infty} \sum_{\substack{o(I_n)=k \\ \nu \in I_n}} E_n^{(x)} \right\}$$

$$= \prod_{k=1}^{\infty} \prod_{\nu \in N} \sum_{o(I_n)=k} \Lambda_{\nu}((R - E_n)^{(x)}) \cdot \prod_{\nu \in N} \prod_{k=1}^{\infty} \prod_{\substack{o(I_n)=k \\ \nu \in I_n}} (R - E_n)^{(x)}$$

が成立スル。従ッテ (i) ト (ii) ノ定義トカラ

$$\Psi(E_n) = \sum_{x \in R} \sum_{N \in \mathcal{H}^{(x)}} \prod_{k=1}^{\infty} \prod_{\nu \in N} \sum_{o(I_n)=k} \Lambda_{\nu}((R - E_n)^{(x)}) \prod_{\nu \in N} \prod_{k=1}^{\infty} \prod_{\substack{o(I_n)=k \\ \nu \in I_n}} (R - E_n)^{(x)}$$

カ得ラレル。即チ $\Psi(E_n)$ ハ R ノ各点 $x =$ 於イテ $E_n^{(x)}$ ト

$(R - E_n)^{(x)}$ トニ加法ト乗法トヲ施シテ得ラレル。然ルニ加法

ト乗法トハ集合ニ関スル *opération topologique*

デアルカラ $\Psi(E_n)$ ハ $E_n (n=1, 2, \dots) =$ *opération*

complémentaire ト *opération topologique* ト

ヲ施シテ得ラレル。

(証明了)

第二証明. 定理3ヲ使用スル証明方法デアル. 先
次ノ補助定理ヲ証明スル。

補助定理 $\Phi(F_n(x))$ ヲ函数=関スル *opération*
topologique トスルトキ = 集合 = 関スル *opération*
topologique $\Psi(E_n)$ ヲ定義シテ任意ノ実数 $\epsilon =$ 對
シテ

$$(1) \quad E_{n\epsilon}(\Phi(F_n(x)) \geq \epsilon) = \prod_{k=1}^{\infty} \Psi^*(E_{n\epsilon}(F_n(x) \geq \epsilon - \frac{1}{k}))$$

ノ成立スル様 = ナシ得ル。

証明. $\Phi(F_n(x)) =$ 對シテ解析算法 $\Phi^*(F_n(x))$ ヲ
定義シテ $\Phi(F_n(x)) \geq 1$ ノ時 = $\Phi^*(F_n(x)) = 1$, 然ラザル時
= $\Phi^*(F_n(x)) = 0$ トスル。

其処デ $\Phi^*(F_n(x))$ デ與ヘラレル集合 = 関スル解析算法ヲ
 $\Psi^*(E_n)$ トスレバ (1)ガ成立スル。即チ x_0 ヲ

$E_{n\epsilon}(\Phi(F_n(x)) \geq \epsilon)$ ノ一点トスレバ $x_0 =$ 於ケル $\Phi(F_n(x_0))$
ノ局所算法 $\Phi_{x_0}(f_n) =$ 對シテ $\Phi_{x_0}(F_n(x_0)) \geq \epsilon$ デアル。
故 = $\Phi_{x_0}(f_n)$ ノ底ヲ $\rho_2^{(x_0)}$ トスレバ任意ノ自然数 $K =$ 對
シテ $\text{b. i. } F_{n_j}(x_0) \geq \epsilon - \frac{1}{K}$ ノ成立スル無理数 $(n_1, n_2, \dots)$
ガ $\rho_2^{(x_0)} =$ 存在スル。從ツテ

$$x_0 \in \Psi^*(E_{n\epsilon}(F_n(x) \geq \epsilon - \frac{1}{K})) \quad (K=1, 2, \dots)$$

ガ成立シ x_0 ハ (1)ノ右辺 = 含コレル。 x_0 ガ (1)ノ右辺 = 含
コレル時 = ハ $\text{b. i. } F_{n_j}(x_0) \geq \epsilon - \frac{1}{K}$ ノ成立スル無理数
 $(n_1, n_2, \dots)$ ガ $\rho_2^{(x_0)} =$ 含コレル故 = $x_0 \in E_{n\epsilon}(\Phi(F_n(x)) \geq \epsilon)$

が成立シ (i) が証明サレル。

(証明了)

定理, 証明. $\Phi(E_n)$ を定義スル函数 = 明スル解析
算法ヲ $\Phi(F_n(x))$ トスレバ此, 論文, 追記 = 依ッテ

$$\Phi(F_n(x)) = \Phi^* \left(\overline{\lim_{t \rightarrow \infty} R_n(t; F_k(x))} \right)$$

成立スル opération topologique $\Phi^*(F_n(x))$ が存在
スル。

故 = 補助定理 = ヲツテ $\text{Ens}(\Phi(F_n(x)) \geq 1) \wedge$

$$\text{Ens} \left(\overline{\lim_{t \rightarrow \infty} R_n(t; F_k(x))} \geq 1 - \frac{1}{j} \right) (n, j = 1, 2, \dots)$$

= opération topologique を施シテ得ラレル。然ル =

$\overline{\lim_{t \rightarrow \infty}}$ ハ又 opération topologique + ル 故 =

$$\text{Ens} \left(\overline{\lim_{t \rightarrow \infty} R_n(t; F_k(x))} \geq 1 - \frac{1}{j} \right) \wedge \text{Ens}(R_n, t; F_k(x))$$

$$\geq 1 - \frac{1}{j} - \frac{1}{j'} (n, j' = 1, 2, \dots) = \text{opération topo-}$$

logique を施シテ得ラレル。然ル = $R_n(t; F_k(x)) \wedge$

$\sigma(t, F_k(x); b; m)$, 形ノ fonction non negative

ノ 有限個ノ積デアルカラ 容易 = 今レヌウ = $\text{Ens}(R_n(t;$

$$F_k(x)) \geq 1 - \frac{1}{j} - \frac{1}{j'} \wedge \text{Ens}(\sigma(t, F_k(x); b, m) \geq \delta)$$

ノ 形ノ 集合 = opération topologique を施シテ得ラ

レル。

然ル = $\sigma(t, F_k(x); b, m)$ ノ 定義カラ 結局 $\text{Ens}(\Phi(F_n(x))$

$$\geq 1) \wedge \text{Ens}(|\nu(F_k(x)) - b| \geq \delta) (b, \delta \wedge \text{有理数})$$

= opération topologique を繰返シテ施シテ得ラレ

ル、此処デ

$$\begin{aligned} & E_{ns}(|\nu(F_k(x)) - b| \geq \delta) \\ &= E_{ns}(\nu(F_k(x)) - b \geq \delta) E_{ns}(b - \nu(F_k(x)) \geq \delta) \\ &= E_{ns}(\nu(F_k(x)) - b \geq \delta) \prod_{m=1}^{\infty} \left(R - E_{ns}(\nu(F_k(x)) \geq b - \delta + \frac{1}{n}) \right) \end{aligned}$$

デアルカヲ、 $E_{ns}(\Phi(F_n(x)) \geq 1) \wedge E_{ns}(\nu(F_k(x)) \geq \epsilon)$
及ビ其補集合 = *opération topologique* ヲ繰返シテ施
シテ得ラレル。然ルニ *opération topologique* ヲ繰返
シテ施シテ得ラレル算法ハ *topologique* デアルカヲ。従
ツテ $E_{ns}(\Phi(F_n(x)) \geq 1) \wedge E_{ns}(\nu(F_k(x)) \geq \epsilon)$ 及ビ其
補集合 = *opération topologique* ヲ施シテ得ラレル。
故ニ特ニ $F_k(x)$ ガ R ノ部分集合 E_n ノ特性函数ノ特ニハ
 $E_{ns}(\Phi(F_n(x)) \geq 1) = \Phi(E_n)$ ガ E_n 及ビ其補集合 =
opération topologique ヲ施シテ得ラレル。

—(証明了)—

追記 定理3デハ $\Phi(F_n(x))$ ノ具体的ナ形ヲ與ヘ
テ置カナカッタガ、夫ガ判ツテ居ル方ガ都合ガヨイノデ此処
デ補ツテ置キタイ。然ルニ $\Phi(F_n(x))$ ノ取ル値ガ0カ又ハ
1デアル場合ヲ考ヘテオケバ一般ノ場合ハコノ場合カラ直ニ
判ルカラ此場合ノミヲ考ヘテ置カウ。(記号ハ定理2ノ証
明ニ用ヒタルモノニ依ル)

$-1 \leq a_k \leq 1$ ($k=1, 2, \dots, n$) ヲ満足スル有理数
 a_k = テ定義サレル矩形 $R(a_1, a_2, \dots, a_n)$ ノ全体ハ可

附屬ディアルカラ夫レヲ列ニ列ヤルコトが可能ナル。其ノ一ツヲ $\{R_k\}$ ($k=1, 2, \dots$) トスル。今 R_j ハ $a_1, a_2, \dots, a_n$ デ定義サレタ矩形, 即チ $R_j = R(a_1, a_2, \dots, a_n)$ デアルトスル。然レ時ニハ

$$\sigma(t, y; a, n) = \frac{t}{t + |n(y - a)|^x} \quad (t=1, 2, \dots)$$

ニ對シテ $R(a_1, a_2, \dots, a_n)$ ノ特性函数ハ

$$\overline{\lim_{t \rightarrow \infty} R_j(t; y_k)}$$

$$\text{但シ } R_j(t; y_k) = \prod_{k=1}^n \sigma(t, y_k, a_k, n)$$

ヲ契ヘラレル。其ニテ重 $(F_n(x))$ ノ定義サレタ空間 R ノ各点 x ニ對シテ

$$\{y_n^{(0)}\} = \prod_{k=1}^{\infty} R_{n_k}, \quad \Phi_x(y_n^{(0)}) = 1$$

ノ成立スル $\{y_n^{(0)}\}$ ($n=1, 2, \dots$) ノ存在スルマウナ無理数 $(n_1, n_2, \dots)$ ノ集合ヲ $\mathcal{N}^{(x)}$ トシ

$$\Phi^*(F_n(x)) = \text{b. i. } \left(\text{b. i. } F_{n_k}(x) \right)_{\mathcal{N}^{(x)}}$$

トスレバ

$$\Phi(F_n(x)) = \Phi^* \left(\overline{\lim_{t \rightarrow \infty} R_n(t; F_n(x))} \right)$$

ノ成立スルコトハ定理2ヨリ明カデアリ。

函数ニ関スル解析算法重 $(F_n(x))$ ノ定義サレル函数列 $\{F_n(x)\}$ ($n=1, 2, \dots$) ノ範圍ニツイテ著クノヲ添シ

タカラ補ッテオクが、今後コノ論文デハ $(F_n(x))$ ノ局
所算法ハ凡テノ実数列ニ対シテ定義サレルト假定シテ置ク。
従ッテコノ条件ヲ満足シナイモ、ハ定義域ヲ適當ニ拡張
シテ此条件ヲ満足スル様ニシテ考察スル。

定理7ハ其ノ証明デ判ルヤウニ (E_n) ハ E_n ト
 $R-E_n$ トニ *opération topologique* ヲ施シテ得ラ
レルト改メ得ル。

訂正 解析算法ニツイテ I ノ第286頁ノ下ヨ
リ第十一, 二, 三行ノ式ハ次ノ様ニ訂正シマス。

$$y_{m_k}^{(0)} = 1 \quad (k=1, 2, \dots)$$

$$y_j^{(0)} = \frac{1}{2} \quad (j \neq k, k=1, 2, \dots)$$

$$y_n^{(0)} = 0 \quad (n \neq m_k, k=1, 2, \dots)$$