OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	群ト群芽
Author(s)	河田, 敬義
Citation	全国紙上数学談話会. 1939, 183, p. 372-381
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74731
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

800. 群ト群芽

河田 敬義 (東大)

van der Waerden: "Vorlesungen über kontinuierliche Gruppe" デ與ヘテレタ抽象群芽ヲ連続群ニマデ拡大スルトイフ問題ガアリマス。其ノ問題ヲメグッテ、特別ノ場合ニ解決ヲ與ヘタイト思ヒマス。

1

可算ニ定義カラ初メマスト連続群 (topologische Gruppe) ノ大略ストシテ

〔定義 1〕「群芽 (Gruppenkeim) $\mathfrak{k}$トハーツノ Hausdorff 空間デ，ソノ元 $a, b, c, \cdots\cdots$ ノアルモノノ間ニ積ガ定義サレテ

(i) $a\cdot b$, $b\cdot c$ 及ビ $(a\cdot b)\cdot c$ 又ハ $a\cdot(b\cdot c)$ ノ一方ガ意味ヲ持テバ，他方モ意味ヲモチ $a\cdot(b\cdot c)=(a\cdot b)\cdot c$ トナル．

(ii) スベテノ $a\in\mathfrak{k}$ ニ對シテ $a\cdot e=e\cdot a=a$ トナル單位元 e ガアル．

(iii) e ノアル近傍 $U_1(e)$ デハ二ツノ元ノ間ニ常ニ積ガ定義サレル。

(iv) e ノアル近傍 $U_2(e)$ デハ $a^{-1}\cdot a=a\cdot a^{-1}=e$ トナル a^{-1} ガスベテノ $a\in U_2(e)$ ニ對シテ存在スル。

(iv) $a\cdot b$, a^{-1} ハソノ変数ノ連続函数デアル。

[定義2] 群芽 $\mathfrak{k}$ ト連続群 $\mathfrak{G}$ トガ *im Kleinen stetig isomorph* トハ、$\mathfrak{k}$ 及ビ $\mathfrak{G}$ ノ単位元ノ近傍 $\mathfrak{U}(e)$ ト $\mathfrak{U}'(e')$ トヲ適當ニ撰ブト $a\longleftrightarrow a'$ ナル一對一ノ ($a\in\mathfrak{U}(e)$, $a'\in\mathfrak{U}'(e')$) ノ對應デ *homöomorph* トナリ

(i) $a,b,c\in\mathfrak{U}(e)$, $a\cdot b=c$ ナラバ $a'\cdot b'=c'$

(ii) $a',b',c'\in\mathfrak{U}'(e)$, $a'\cdot b'=c$ ナラバ $a\cdot b=c$

ヲ満足スルコトライフ。特ニ $\mathfrak{U}(e)$ ヲ指定スルトキハ $\mathfrak{U}(e)$- *im Kleinen stetig isomorph* トイフ。

群芽ガ群ニマデ無條件ニ拡大出来ナイコトハ *Topologie* ノナイ *triviel* ナ例: $\mathfrak{k}=\{e,a,b,c,d\}$ デ e トノ積以外ハ $a\cdot b=a\cdot c=d$ 丈ガ定義サレテヰル場合ヲ考ヘレバワカリマス。

又拡大スルトイフコトモ、モトモト群芽ハ連続群ノ單位元ノ近傍トシテ考ヘラレタノデスカラ先ヅ次ノヤウニ考ヘラレルト思ヒマス。

[問題1] 「$\mathfrak{k}$ ト $\mathfrak{k}$- *im Kleinen stetig isomorph* ナ連続群 $\mathfrak{G}$ ヲ求メルコト」

[問題2] 「$\mathfrak{k}$ ト *im Kleinen stetig isomorph* ナ連続群 $\mathfrak{G}$ ヲモトメルコト」

故ニ問題1デハ $\mathfrak{k}$ テ $\mathfrak{G}$ ニマデ拡大スルトキ、$\mathfrak{k}$ ガ $\mathfrak{G}$ ノ中デ e ノ近傍トナルコトヲ要求スルノデスカラ直線ノ移動群ニマデ閉線分ノナス群芽ヲ拡大スルトイフコトハ除外スルコ

トニナリマス。

代数的ニモ、群ノ時ニハ定義1ノ(i)カラ $a\cdot b\cdots\cdots l$ ナル積ハソノ結合スル順序ニハ無関係ニ定ッタノデスガ群芽ノ時ニハ

(i') (強イ結合律)「$\mathfrak{f}$ ヨ $a, b, \cdots\cdots, l$ カラ $ab\cdots\cdots l$ ナル積ヲ次々ニ $\mathfrak{f}$ ノ中ガ作ルトキニハ、一ツノ結合ノ順序デハ $x\in\mathfrak{f}$ トナリ、他ノ順序デハ yz ノ形ニナルトスレバ $(y, z\in\mathfrak{f})$ $x=y\cdot z$ トナル。」

ガ(i)丈カラ出ナイト思ヒマス。

又 Topologie ノ方ヲ考ヘテモ、$\mathfrak{f}$ トシテ直線ノ移動群トモト以外ニハ余ク積ノ定義サレテヰナイ平面トヲ考ヘルトキハ問題ハ解ケマセン。ソレハ若シ $\mathfrak{g}$ ニマデ拡大サレュバ homogen ニナラナケレバナラナイコトカラワカリマス。

之等ノコトガナケレバ特別ノ場合ニ問題1ガトケマス。ソノタメニ

〔定義3〕「群芽 $\mathfrak{f}$ ニラスベテノ $\mathfrak{f}$ ヨ α ニ逆元ガ存在スルトキニ對稱群芽トイフ」コトニシマスト

〔定理1〕「<u>對稱群芽 $\mathfrak{f}$ ニツイテ問題1ニ對スル必要充分ナル條件ハ</u>

(イ) <u>強イ結合律(i')ガ $\mathfrak{f}$ デ成立スルコト.</u>

(ロ) <u>$a\cdot b$ ガ $\mathfrak{f}$ デ定義サレルナラベ a, b ノ適當ナ近傍 $u(a)$, $u(b)$ ヲトレバ, $a'\in u(a)$, $b'\in u(b)$ ニ對シテ $a'\cdot b'$ ガ定義サレル.</u>

事デアル」

又問題2ニ對シテハ，モット一般ニ

〔定理2〕「群芽 $\mathfrak{k}$ ニツイテ問題2ニ對スル必要充分ナル條件ハ e ノ充分小ナル近傍 $U(e)$ ヲトレバ $U(e)$ 内デノ積ノミヲ考ヘル時ニ強イ結合律（i'）成立スルコトデアル」

ガ成立シマス。

對稱群芽デ（i'），成立シナイ例：又 Lie 群芽ノトキニ定理2ノ條件ガ成立スルカ否カ；又定理2ノ條件ノナリタヌ $\mathfrak{k}$ ノ例トイツタ様ノモノモヨクワカリマセン。

又，問題1ヲ對稱群芽デナイ時ハ先ガソレヲ對稱群芽ニマデ拡大スルコトヲ考ヘレバ，必要ナ丈條件ヲ列ベレバ何トカ言ヘルワケデスガ，ウマクマトマリガツキマセン。之レ等ニツイテ皆様ノ御教示ノ程オ願ヒイタシマス。

2

定理2ハ定理1カラスグニワカリマス。先ガ條件ノ必要ナコトハ明デスガ、逆ニカヽル $U(e)$ ガアルトスレバ定義1ノ $U_1(e)$, $U_2(e)$ トカケテ $V(e) = U_1(e) \cap U_2(e) \cap U(e)$ トシ，$\mathfrak{k}_0 = V(e) \cap V(e)^{-1}$ トオケバ，積ノ連続性カラ定理1ノ條件ヲ満足シマス。∴ $\mathfrak{k}$ ト定理1ニヨリ作ツタ $\mathfrak{G}$ トハ $\mathfrak{k}_0$ – im Kleinen isomorph ニナリマス。

定理1ノ証明

(1) $\mathfrak{G}$ ノ代數的定義．$\mathfrak{k}$ ノスベテノ元 a, b, c, ……ニ對シテ A, B, C, ……ナル文字ノ集リヲ $\mathfrak{M}$ トシ，$\mathfrak{M}$ ヲ

Erzeugende トスル freie Gruppe $\widetilde{\mathfrak{o}}$ ヲ作ル。

次= $\mathfrak{k}$ ヲ a, b, c, $a\cdot b = C$ トナルスベテノ a, b, C ノ組ヲトッテ

$$R = ABC^{-1}$$

トナル Relationssystem $\mathfrak{R}$ ヲ作ル。（以下 $\mathfrak{k}$ ト $\mathfrak{M}$ トノ對應ヲ $a \longleftrightarrow A$ …… ノ如ク與ヘルモノトスル）。$\mathfrak{R}$ デ erzeugen サレル $\widetilde{\mathfrak{o}}$, Normalteiler ヲ $\mathfrak{R}$ トシテ $\mathfrak{o} = \widetilde{\mathfrak{o}}/\mathfrak{R}$ ヲ作ル。$\widetilde{\mathfrak{o}}$ ノ元 $A^{\pm 1}B^{\pm 1}\cdots\cdots L^{\pm 1}$ ヲ含ムノ Klasse ヲ $\overline{A^{\pm 1}B^{\pm 1}\cdots\cdots L^{\pm 1}}$ トカクコトニスル。

Lemma 1. 「$\mathfrak{k}$ デ $a\cdot b = c$ トラ $\mathfrak{o}$ デ $\overline{AB} = \overline{C}$ トナル。一般= $\mathfrak{k}$ ノ中デアル順序デ結合シテ $a\cdot b\cdots\cdots\cdot l = m$ トラバ $\mathfrak{o}$ デ $\overline{AB\cdots\cdots L} = \overline{M}$ トナル。

逆= $A, B, C \in \mathfrak{M}$ デ $\mathfrak{o}$ デ $\overline{AB} = \overline{C}$ トラベ $\mathfrak{k}$ デ $a\cdot b = c$ トナル。

特= $\overline{A} = \overline{B}$ トラ $a = b$ トナル。」

(証) 前半ハ $\mathfrak{R}$ ノ定義カラ明ラカデアル。後半ハ $\overline{AB} = \overline{C}$ トラバ $\mathfrak{o} = \widetilde{\mathfrak{o}}/\mathfrak{R}$ カラ $\widetilde{\mathfrak{o}}$ デ $AB = CN$, $N \in \widetilde{\mathfrak{o}}$. N ハ

$$\prod_{i=1}^{\nu} D_1^{(i)} \cdots\cdots D_{i_n}^{(i)} R_i^{\pm 1} D_{i_n}^{(i)-1} \cdots\cdots D_1^{(i)-1} \quad ; \quad R_i \in \mathfrak{R},\ D_i^{(j)} \in \mathfrak{M}$$

トカケル。$\widetilde{\mathfrak{o}}$ ニ於ケル相等ノ定義カラ $AB = CN$ トハアル文字ノ列 $F_1^{\pm 1}\cdots\cdots F_N^{\pm 1}$ カラ $W\cdot W^{-1}$, $W^{-1}W$ ノ形ノ文字ヲ順序ニ消去シテ AB 及ビ CN ニ変形サレルコトデアル。今 $\mathfrak{k}$ ノ

元ノ列

(1) $f_1^{\pm 1} \cdots\cdots f_n^{\pm 1}$;　　(2) a, b;

(3) $c \prod_{i=1}^{r} d_1^{(i)} \cdots\cdots d_{i_n}^{(i)} (a_i b_i c_i^{-1})^{\pm 1} d_{i_n}^{(i)-1} \cdots\cdots d_1^{(i)-1}$

ヲ考ヘルト、上カラ(1)デ $w \cdot w^{-1}$, $w^{-1} \cdot w$ ヲ e ガオキカヘテ(1)ハ(2)及ビ(3)ニ一ホスコトガ出来ル．更ニ(3)ニ於テ $a_i \cdot b_i = c_i$ トオキ，$a_i b_i c_i^{-1} = e$ デオキカヘ，次ニ $d_{i_n}^{(i)} e\, d_{i_n}^{(i)-1} = e, \cdots\cdots, d_1^{(i)} e\, d_1^{(i)-1} = e$，ト順序ニ(3)ノ $\prod$ ノ各項ヲ $\mathfrak{k}$ 内デ積ヲ作ッテ e ニシテ行ケバ(3)ハCトナル．即チ(1)ナル $\mathfrak{k}$ ノ元ノ列ヲ $\mathfrak{k}$ 内デ積ヲ次々ニ作ルコトニヨリ

ab 及ビCトナッタ。故ニ假定(1)カラ $a \cdot b = c$ トナル。——

(ロ) $\mathfrak{o}\mathfrak{f}$ ノ Topologisierung. $\mathfrak{o}\mathfrak{f}$ ノ元 $\bar{A}$, $A \in \tilde{\mathfrak{o}\mathfrak{f}}$ カラ代表ヲ $A_1, \cdots\cdots A_r$ $(A_i \in \mathfrak{M})$ ノ形ニトルコトガ出来ル。$\mathfrak{k}$ ノ中デ $a_1, \cdots\cdots, a_r$ ノ近傍 $u_1(a_1), \cdots\cdots, u_r(a_r)$ ヲトリ $a_i' \in u_i(a_i)$ カラ $A_1' \cdots\cdots A_r'$ ノ全体ヲ $\bar{A}$ ノ近傍トスル。之レヲ記号デ

(4) $\overline{\mathfrak{U}}(\bar{A}) = \overline{U_1(A_1) \cdots\cdots U_r(A_r)}$

ト書クコトニスル。

Lemma 2. 「$\bar{A}$ ノ任意ノ一ツノ代表 $A_1 \cdots\cdots A_r$ $(A_i \in \mathfrak{M})$ ニ對シテ $u_1(a_1), \cdots\cdots u_r(a_r)$ ヲ充分ニ小サクトレバ、如何ナル $\bar{A}$ ノ近傍 $\overline{\mathfrak{U}}'(\bar{A})$ ヲトルモ

$$\overline{\mathfrak{U}}(\bar{A}) \subset \overline{\mathfrak{U}}'(\bar{A})$$

ナラシメルコトガ出来ル。」

(証) $\overline{\mathfrak{U}'}(\bar{A}) = \overline{U_1'(B_1)\cdots U_s'(B_s)}$, $\bar{A} = \overline{B_1\cdots B_s}$, $B_i \in \mathfrak{M}$ トスルト、$\mathfrak{U}_i(a_i) = a_i \cdot \mathfrak{U}_i(e)$ トオケバ $\mathfrak{U}_1'(B_1) = \mathfrak{U}_1'(e)\cdot B_1$ = 對シテ積ノ連続性ト假定(ロ)カラ

$$a_1\,\mathfrak{U}_1(e)\,a_1^{-1}\cdot a_1 a_2\,\mathfrak{U}_2(e)\,a_2^{-1}a_1^{-1}\cdots\cdots a_1\cdots\cdots$$
$$\cdots a_r\,\mathfrak{U}_r(e)\,a_r^{-1}\cdots\cdots a_1^{-1} \subset \mathfrak{U}_1'(e)$$

ナラシメル様ニ e ノ近傍 $\mathfrak{U}_1(e),\cdots\cdots,\mathfrak{U}_n(e)$ ヲトルコトガ出来ル。其ノ時

$$\overline{\mathfrak{U}}(\bar{A}) = \overline{A_1U_1(E)\cdots\cdots A_rU_r(E)}$$
$$= \overline{A_1U_1(E)A_1^{-1}\cdot\cdots\cdots A_1\cdots A_rU_r(E)A_n^{-1}\cdots A_1^{-1}\cdot A_1\cdots A_r}$$
$$\subset \overline{U_1'(E)\,B_1\cdots B_s} = \overline{U_1'(B_1)\cdot B_2\cdots B_s} \subset \overline{\mathfrak{U}'}(\bar{A}) \text{ ——}$$

(ハ) $\mathfrak{M}$ が topologischer Raum トナルコト。

(i) $\overline{\mathfrak{U}}(\bar{A}) \ni \bar{A}$

(ii) $\bar{A}$ ノニツノ近傍 $\overline{\mathfrak{U}}(\bar{A})$, $\overline{\mathfrak{U}'}(\bar{A})$ = 對シテ $\bar{A} = \overline{A_1\cdots\cdots A_r}$, $(A_i \in \mathfrak{M})$ トシテ

$$\left.\begin{aligned}\overline{\mathfrak{U}}(\bar{A}) \supset \overline{\mathfrak{U}}_0(\bar{A}) &= \overline{U_1(A_1)\cdots\cdots U_r(A_r)},\\ \overline{\mathfrak{U}'}(\bar{A}) \supset \overline{\mathfrak{U}}_0'(\bar{A}) &= \overline{U_1'(A_1)\cdots\cdots U_r'(A_r)}\end{aligned}\right\} \text{ナル } \overline{\mathfrak{U}}_0,$$

$\overline{\mathfrak{U}_0'}$ ガアル。

コノデ $\mathfrak{v}(a_i) \subset \mathfrak{U}_i(a_i) \cap \mathfrak{U}_i'(a_i)$ トスデ取レバ

$$\overline{\mathfrak{V}}(\bar{A}) = \overline{V_1(A_1)\cdots\cdots V_r(A_r)} \subset \overline{\mathfrak{U}}_0(\bar{A}) \cap \overline{\mathfrak{U}}_0'(\bar{A}) \text{ トナル。}$$

(iii) $\overline{\mathfrak{U}}(\bar{A}) \ni \bar{B}$ ナラバ $\overline{\mathfrak{U}}(\bar{A})$ ハ又 $\bar{B}$ ノ近傍デ

モアル。

(iv) $\mathfrak{H}\ni\bar{A},\bar{B}$ ニテ任意ノ $\bar{\mathfrak{U}}(\bar{A})$, $\bar{\mathfrak{U}}'(\bar{B})$ ニ對シテ $\bar{\mathfrak{U}}(\bar{A})\cap\bar{\mathfrak{U}}'(\bar{B}')\neq 0$ ナラバ $\bar{A}=\bar{B}$ トナル。

$\mathfrak{H}$ デ e ノマハリノ近傍系ヲ $\{\mathfrak{U}(e)\}$ トスル。其ノ時 $\mathfrak{H}$ デ $\bar{A}$, $\bar{B}$, ノマハリデ

$$\bar{\mathfrak{U}}(\bar{A})=\overline{A_1U(E)\cdots\cdots A_rU(E)},\quad \bar{A}=\overline{A_1\cdots\cdots A_r}\ (A_i\in\mathfrak{M})$$

$$\bar{\mathfrak{U}}(\bar{B})=\overline{B_1U(E)\cdots\cdots B_sU(E)},\quad \bar{B}=\overline{B_1\cdots\cdots B_s}\ (B_i\in\mathfrak{M})$$

ヲ作リ, $\bar{\mathfrak{U}}(\bar{A})\cap\bar{\mathfrak{U}}(\bar{B})\ni\bar{C}$ ヲ取リ $\{\bar{C}\}$ ノ全体ヲ考ヘル。

$$\bar{C}=\overline{C_1\cdots\cdots C_r}=\overline{D_1\cdots\cdots D_s},\quad C_i\in A_iU(E),$$

$$D_i\in B_iU(E).$$

トル故 $\bar{E}=\overline{F_1\cdots\cdots F_t}$; $F_1=C_1,\cdots\cdots,F_r=C_r,F_{r+1}=D_s^{-1},\cdots\cdots,F_{r+s}=D_1^{-1}$ トナル。($t=r+s$)、且ツ豫メ $\mathfrak{U}(e)=\mathfrak{U}(e)^{-1}$ トシテオケバ

(5) $F_i\in F_i^{\circ}U(E)$

トナル。コヽニ $F_1^{\circ}=A_1,\cdots\cdots,F_r^{\circ}=A_r,F_{r+1}^{\circ}=B_s^{-1},\cdots\cdots,F_{r+s}=B_1^{-1}$ トスル。

目標ハ $\overline{F_1^{\circ}\cdots\cdots F_t^{\circ}}=\bar{E}$ デアル。

今 $\overline{F_t^{\circ-1}\cdots\cdots F_1^{\circ-1}F_1\cdots\cdots F_tF_1^{\circ}\cdots\cdots F_t^{\circ}}=\bar{E}$ ナルモ、

一方

$$f_t^{\circ-1}\cdots\cdots f_1^{\circ-1}f_1\cdots\cdots f_tf_1^{\circ}\cdots\cdots f_t^{\circ}$$

ヲ考ヘルト $f_1^{\circ-1}\cdot f_1$ ハ (5) ノ假定 (ロ) カラ定義サレル(但シ $\mathfrak{U}(e)$ ヲ充分 e ノ近クニトレバ)以下同様ニシテ $\mathfrak{U}(e)$ ヲ充分小ニトレバ

$$f_t^{\circ-1}\cdots\cdots f_1^{\circ-1}f_1\cdots\cdots f_t$$

ハ中央ヨリ積ヲ作レコトニヨリ $\mathfrak{C}$ ノ中デ次々ト積ヲ作ルコトガ出来ル。ソレヲ g トスルト

Lemma 1 カラ $\overline{G} = \overline{F_r^{\circ -1} \cdots\cdots F_t}$ トナル。即チ $\overline{G F_1^{\circ} \cdots\cdots F_t^{\circ}} = \overline{E}$ トナル。

故ニ $\mathcal{U}(e)$ ヲ充分小ニスレバ，$\mathcal{U}, \mathcal{U}'$ ノ如何ニカカハラズ $\overline{G^{-1}} = \overline{G'^{-1}} = \overline{F_1^{\circ} \cdots\cdots F_t^{\circ}}$ トナル。即チ Lemma 1 カラ $g = g'$.

一方 (5) ヨリ $\mathcal{U}(e)$ ヲ充分小ニスレバ g ハ何程デモ e ノ近クニ来ル。故ニ $g = e$ トナリ $\overline{F_1^{\circ} \cdots\cdots F_t^{\circ}} = \overline{E}$ トナル。

$\therefore\ \overline{A} = \overline{B}$. ———

(二) $\mathfrak{G}$ が top. Gruppe トナルコト。

$\mathfrak{G}$ ヨリ $\overline{A}, \overline{B}$, $\overline{A} = \overline{A_1 \cdots\cdots A_r}$, $\overline{B} = \overline{B_1 \cdots\cdots B_s}$ ($B_i, A_i \in \mathfrak{M}$) トスルト與ヘラレタ $\overline{\mathcal{U}}(\overline{A}\,\overline{B})$ ニ對シテ Lemma 2 カラ

$\overline{\mathcal{U}}(\overline{A}\,\overline{B})$ ニ $\overline{\mathcal{U}}^{\circ}(\overline{A}\,\overline{B}) = \overline{U_1(A_1) \cdots\cdots U_r(A_r)\, U_1'(B_1) \cdots\cdots U_s'(B_s)}$ $= \overline{\mathcal{U}}^{\circ}(\overline{A}\,\overline{B})$ ガトレル。

$$\overline{\mathcal{U}}(\overline{A}) = \overline{U_1(A_1) \cdots\cdots U_r(A_r)},$$

$$\overline{\mathcal{U}}'(\overline{B}) = \overline{U_1'(B_1) \cdots\cdots U_s'(B_s)}.$$

トスレバ，$\overline{\mathcal{U}}(\overline{A})\,\overline{\mathcal{U}}'(\overline{B}) \subset \overline{\mathcal{U}}(\overline{A}\overline{B})$ トナル。故ニ積ハ連続デアル。

又 $\overline{\mathcal{U}}(\overline{A}) = \overline{U_1(A_1) \cdots\cdots U_r(A_r)}$, $\overline{A} = \overline{A_1 \cdots\cdots A_r}$ トスレバ

$(v_i(a_i'))^{-1} \subset U_i(a_i) = k$ デ v_i ヲトレバ

$\overline{\lambda\rho(\overline{A}^{-1})} = \overline{V_r(A_r') \cdots\cdots V_1(A_1')}$ トオケバ

$(\mathfrak{M} \ni A_i' \longleftrightarrow a_i^{-1} \in \mathfrak{k})$

$\overline{\mathfrak{V}}(\bar{A}^{-1})^{-1} \subset \overline{\mathfrak{U}}(\bar{A})$ トナル。故ニ逆ハ連続デアル。

(ホ) $\mathfrak{k}$ トノ $\mathfrak{o}$ トハ $\mathfrak{k}$ – im Kleinen stetig isomorph ナルコト。

$\mathfrak{o}$ ノ中デ $\bar{A}(A \in \mathfrak{M})$ ノ全体ヲ $\overline{\mathfrak{k}}$ トスル。$\overline{\mathfrak{k}}$ ハ $\mathfrak{o}$ デ $\bar{E}$ ノ近傍トナリ、$a \longleftrightarrow \bar{A}$ ナル一対一ノ對應デ $\mathfrak{k}$ ト $\overline{\mathfrak{k}}$ トガ homöomorph トナルコトハ其ノ近傍系 $\mathfrak{U}(a)$ ト $\overline{\mathfrak{U}}(\bar{A})$ トガ對應スルコトカラワカル。

(Lemma 2 参照)。又 im Kleinen stetig ナルコトハ Lemma 1 デアル。

Q. E. D.