



Title	Homologiegruppe ト isomorph ナ Homotopiegruppeヲ 持ツ Komplexニ就テノ訂正、其外
Author(s)	小松, 醇郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1939, 187, p. 490-494
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74743
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

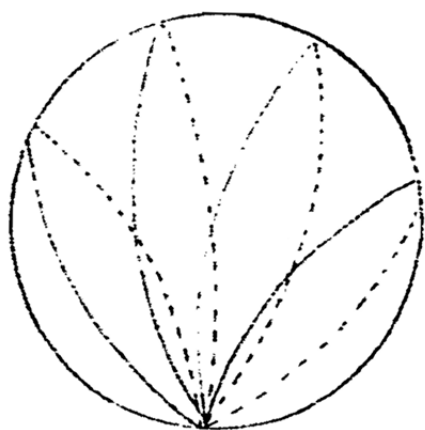
The University of Osaka

812. Homologiegruppe $\hookrightarrow$ isomorph +
Homotopiegruppe $\rightarrow$ 持つ Komplex
= 就テノ訂正, 其外

小 松 醇 郎 (阪大)

(i) 前談話 809 の定理 = 於テ脚註(4) ハ當ッテ居マセ
ンガ以下ノ如ク訂正シマス。

$(r+3)$ 次元 Vollkugel, 表面デアル所ノ $(r+2)$
次元球面ヲ圖ノ如ク p_i 個 = 分割シ各境界線 $(r+1)$ 次元球



面)ヲ凡テ一糸 = identify
スル。次ニ生ズル p_i 個ノ $(r+2)$
次元球面ヲ互ニ identify シ
テ一個ノ球面トスル。

Identifizieren ハ表
面デアラフ, Vollkugelノ内

部ハソノマツ。斯クシテ生ズル Komplex $\overline{K}^{r+3}$ テハ $(r+2)$
— 次元球面 Σ^{r+2} ハ p_i 個加ヘレバ始メテ homotop
Null. ソノ p_i 個ノ加法ハ丁度 Homotopiegruppe

$\pi^{r+2}(K^n)$ 1元、加法=一致スル。

前談話 / 脚註 / マリオザハ之レが一乗シナイ。且ッ又 $\overline{K}^{r+3} =$, 余計ナ一次元 Zyklus が生ジッ / Ordnung p_j トナル。

(ii) 前談話 = 傍線ヲ附シタ問題, コレハ 否定サレル。

即チ Homologiegruppe ト Homotopiegruppe ト isomorph (次元カラ 違) ナ Komplex, Zyklus ハ Sphärisch トハ 限ラナイ。

甚カ trivial ナ例ガ出来ル。例ヘバ S^n ナ異ナルニ 点, 北極ト南極ト, identify シタ Komplex ヲ考ヘレ バヨイ。従ッテ 前ノ 定理ハ trivial デハナイ。

(iii) S^{r+1} カラ S^r ($r > 1$) へ wesentlich ナ 連続変換ガ存在スル。 S^r ヲ $Z^r =$ シタ トキ wesentlich ナ 連続変換ガ存在スルタメノ必要且ッ十分ナ条件ハ何カ。一ツノ 充分条件ハ次ノ 定理ヲ 與ヘラレル。

定理. r 次元 Zyklus Z^r ガ S^r カラ Grad 1 ノ 連続変換ヲ 受ケル。シカラバ S^{r+1} カラ Z^r へ wesentlich ナ 連続変換ガ存在スル (S^{r+2} カラモ同様)。

Beweis

S^{r+1} カラ S^r へ, wesentlich ナ 連続変換ヲ φ イスル。 S^r カラ Z^r へ, Grad 1 ノ 連続変換ヲ フトスル。然ラバ $f\varphi: S^{r+1} \rightarrow Z^r$ ハ wesentlich デアル。若シ Wesentlich デナイトスルナラバ $S^{r+1} \rightarrow Z^r$ ノ 連続変換, Schar φ_t ($0 \leq t \leq 1$) ガ存在シ

$$\psi_0 = f\varphi$$

$$\psi_1 = \text{Konstante Abbildung.}$$

ヲ充ス。

ハ $Z^r \rightarrow S^r \sim \text{Grad } 1$ 連続変換ヲ g トスレバ

$$g\psi_t : S^{r+1} \rightarrow S^r$$

$$g\psi_0 = g f \varphi$$

$$g\psi_1 = \text{Konstante Abbildung } S^{r+1} \rightarrow P(-\frac{1}{2}) \in S^r.$$

トナル。即チ $g f \varphi : S^{r+1} \rightarrow S^r$ ナ連続変換、 $\wedge$ unrepresent-
lich ナナル。

$g f$ ナ連続変換、 $\wedge S^r \rightarrow S^r \sim 1$ Grad 1 /
連続変換、従ッテ Identität ト等シイ Abbildungs-
klasse = ナル。即チ identische Transformation
 $S^r \rightarrow S^r$ ナ I トスレバ連続変換ノ Schar θ_t ($0 \leq t \leq 1$)
が存在シ

$$\theta_t : S^r \rightarrow S^r.$$

$$\theta_0 = I, \quad \theta_1 = g f$$

ヲ充ス。従ッテ又 $S^{r+1} \rightarrow S^r \sim 1$ 連続変換ノ Schar
 $\theta_t \varphi$ が存在シ

$$\theta_0 \varphi = I \varphi = \varphi$$

$$\theta_1 \varphi = g f \varphi.$$

故ニ $g f \varphi$ ト φ トハ等シイ Abbildungs klasse
= ナル。然ルニ $g f \varphi$ ナ unrepresentlich ナルヲツケ。
 φ ナ假定ニヨリ wesentlich ナ Abbildung ナルヲツ

又、此ノ矛盾ノ生ヅタノハ $f \circ g : S^{r+1} \rightarrow Z^r$ が unwesentlich トシタコトニヨル。 — 以上 —

(iv) S^m が K^{m+1} デホモトプ O トスル。 K^{m+1} / Q^n / 中ヘノ連続変換 F が興ヘテ $F = 0$ リ S^m ハ Zyklus $Z^p \in Q^n = \text{wesentlich} = \text{移ツタトスル}$ 。而モ $Z^p \neq 0$ in Q^n ナルコトが可能デアル。即チ homotop hull / Zyklus が $\neq 0$ ナル Zyklus $= \text{wesentlich} = \text{移ル例}$ が出来ル。

以下ノ例ハ次元 $n = p+2$, $m = p+1$ デアル。
 $m = p+1$ ヲ明カニ左様ナコトハアリ得ナイ。 $n = p+1$ / 場合、同様ノ例が出来ルカドウカ是ハ分ラナイ。

例. K^{m+1} トシテ S^m 7 Rand トスル Vollkugel 7 取ル。 S^m カテ S^p ($p+1=m$) へ wesentlich 7 abbildung 7 f トスル。 f ハ Simpliciale abbildung トスル。然ラバ一般ニ S^p / 一点 x / Urbild ハ n -次元 Zyklus。今、Zyklus / 中 7 Zusammenhangend 7 $\in$ / 分ケレバ

$$f^{-1}(x) = Z'_1 + Z'_2 + \dots + Z'_n$$

此ノ Z'_i 7 夫ハ一点 z_i (in S^m) ト考ヘル。コレヲ S^p / 凡ベテノ点ノ Urbild $=$ ヲキ行フ。即チ一点ノ Urbild $\neq$ Zusammenhangend / 部分ヲ identifizieren スル。生ズルモ、 p -次元 Pseudomannigfaltigkeit。 Z^p 。(証明略)。

$S^{m+1} \longrightarrow Z^p$ ナル連続変換ヲ g トスレバ、コレハ

wesentlich.

$\therefore S^{m+1} \xrightarrow{g} Z^P \xrightarrow{f'} S^P$, 但し $f'g = f \circ \tau \circ f'$.
 f' は wesentlich (作圖). 之より g は wesentlich
 へ (iii) と同様 = 言へる.

今 K^{m+1} を Rand, S^m をカ様 + identifizieren
 して生ずる Komplex を Q^{m+1} とする. 求むる $K^{m+1} \rightarrow$
 Q^{m+1} の連続変換 F は, 表面へ $S^m \xrightarrow{g} Z^P$ への對應.
 内部へ K^{m+1} と Q^{m+1} と homeomorph 故に元ノ
 ママ, identisch 對應 I で宜し. 結局証明スルコ
 トハ

$$Z^P \neq 0 \text{ in } Q^{m+1}$$

$$\dot{C}^m (p+1=m) = Z^P \text{ in } Q^{m+1}$$

トスル。

$C^m \in Q^{m+1}$. 故に同様 = $K^{m+1} = e$ 存在スル。

従つて $\dot{C}^m$ (精しく $I^{-1}(C^m)$) は $S^m \subset K^{m+1}$ 中
 に存在スル. 即ち Z^P と homeomorph + Zyklus
 $\dot{C}^m$ が S^m 中に存在スル. 且つ $\dot{C}^m$ の Zyklus $\dot{C}^m$ は
 $g = \text{ヨリ } Z^P \in Q^{m+1} = \text{wesentlich} = \text{移ツタ}$. 然ル
 $= \dot{C}^m \sim 0 \text{ in } S^m$.

故に $S^m \xrightarrow{g} Z^P$ は $\dot{C}^m$ へ $Z^P = \text{grad } 0 =$
 移ル筈. 従つて unwesentlich = 移ル (f' を使つて
 S^P にマダ持つて行ケル明カ). 此の矛盾へ $Z^P \sim 0 \text{ in}$
 Q^{m+1} とシタコト = ヨル. — 以上 —