



Title	渡部重勝氏ノ御質問ニ答ヘテ
Author(s)	穂刈, 四三二
Citation	全国紙上数学談話会. 1939, 187, p. 495-499
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74744
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

813. 渡部重勝氏ノ御質問ニ答ヘテ

續 列 四 三 二 (北大)

本誌第186号, 448—450頁ヲ渡部氏ハ河口氏ノ論文ニツイテニツノ質問ヲシテ居ラレマス。私ノ論文ニ同様ノ箇所ガ有リマスカラ、私ノ知ツテ居リマス範圍デ御答ヘシタイト存ジマス。

I. 第一ハ曲線 $x^i = x^i(t)$, arc lengthガ積分

$$(1) \quad s = \int \left\{ A_i(x, x^{(1)}) x^{(2)i} + B(x, x^{(1)}) \right\}^{\frac{1}{p}} dt,$$

$$\left(x^{(r)i} = \frac{d^r x^i}{dt^r} \right)$$

デ與ヘラレル空間ヲ考ヘルトキ, A_i が一ツノ covariant vectorノ component デアルコトガ容易ニワカルト論文ニアルガ vectorノ comp. デナイ場合ガアルデハナイカ? トノ御質問ノ如クデアリマス。同氏ハ「Finsler spaceトカ, 河口氏ノ spaceニツイテ予備知識ガアルヲラベ生ジナイ疑問デセウガ」ト云ツテ居ラレマスガ,
第一ノ御質問ハ, 私ハソウイフ知識ガナクとも sub-spaceノ理論ヲ知ツテ居ラレバ容易ニ解決ガツクノデハナイカト思ヒマス。

同氏ノ舉ゲラレタ例ハ (1)ノ形デ今少シ一般ナモノトシテ, 三次元空間ノ曲線 $x^i = x^i(t)$, arc length

が

$$(2) \quad \delta = \int \left| \begin{array}{ccc} x^{(1)1} & x^{(2)1} & x^{(3)1} \\ x^{(1)2} & x^{(2)2} & x^{(3)2} \\ x^{(1)3} & x^{(2)3} & x^{(3)3} \end{array} \right| \frac{1}{6} dt$$

デ場ヘラレル空間ヲ考ヘル。(勿論河口空間ノ一種デス) コ
ノ曲面

$$(3) \quad x^i = x^i(u^1, u^2), \quad i = 1, 2, 3$$

ヲ考ヘテ積分(2)ヲ変形スルト

$$(4) \quad \delta = \int \left\{ A_a(u, u^{(1)}, u^{(2)}) u^{(3)a} + B(u, u^{(1)}, u^{(2)}) \right\} \frac{1}{6} dt,$$

$$a = 1, 2$$

トナル。然レ A_a ハ vector, comp. デハナイト 中シ
テ居ラレマス。

サテ私ノ考ヘテハ、同氏が(2)ヲ(4)ニ変形サレルトキ
ニ、考ヘテ居ル曲線ハ曲面(3)ノ上ニアルコトヲ暗々裏ニ假
定シテ居リマス。(事實曲線ハ曲面(3)ノ上ニナケレバ、斯
様ニ変形ハ出来マセン。)従ッテ曲線ハ曲面上ノ曲線トナリ、
(4)ハソノ曲線ノ *arc length* デス。

今曲面上ノ座標変換ヲ考ヘマス;

$$(5) \quad \bar{u}^a = \bar{u}^a(u^1, u^2), \quad a, b, c, d = 1, 2$$

コノ式ヲ左デ微分シテ

$$(6) \quad \begin{cases} \bar{u}^{(1)a} = \frac{\partial \bar{u}^a}{\partial u^b} u^{(1)b}, & \bar{u}^{(2)a} = \frac{\partial \bar{u}^a}{\partial u^b} u^{(2)b} + \frac{\partial^2 \bar{u}^a}{\partial u^b \partial u^c} u^{(1)b} u^{(1)c}, \\ \bar{u}^{(3)a} = \frac{\partial \bar{u}^a}{\partial u^b} u^{(3)b} + 3 \frac{\partial^2 \bar{u}^a}{\partial u^b \partial u^c} u^{(2)b} u^{(1)c} + \frac{\partial^3 \bar{u}^a}{\partial u^b \partial u^c \partial u^d} u^{(1)b} u^{(1)c} u^{(1)d} \end{cases}$$

が得られます。トコロが曲線ノ長サノハ曲面上ノ座標変換(5)
 = 對して *invariant* デナケレバナリマセン。従ッテ $A_a u^{(3)a} + B$
 ハ *scalar* デナケレバナリマセン。即チ

$$\bar{A}_a \bar{u}^{(3)a} + \bar{B} = A_b u^{(3)b} + B.$$

コノ式ノ両辺ヲ $u^{(3)b}$ デ微分シマス

$$(7) \quad \bar{A}_a \frac{\partial \bar{u}^{(3)a}}{\partial u^{(3)b}} = A_b$$

$$\text{然ルニ (6)ノ最後ノ式カラ } \frac{\partial \bar{u}^{(3)a}}{\partial u^{(3)b}} = \frac{\partial \bar{u}^a}{\partial u^b} \text{ デアリマスカ}$$

ヲ, コレヲ (7)ニ代入シテ

$$\boxed{\bar{A}_a \frac{\partial \bar{u}^a}{\partial u^b} = A_b}$$

トナツテ, A_a ガ *covariant vector*ノ*comp.*デア
 ルコトが分リマス。

同氏ハ曲面上ノ変換デナク, ソノ曲面ヲ含ム三次元空間
 デノ座標変換ヲ考ヘテ居ラレルノデハナイデセウカ。三次元
 空間デノ A_a ノ*comp.*ヲ A_i ($i=1,2,3$) トスレバ
*sub-space*ノ理論デ良ク御承知ノヌウニ, A_i ト A_a

$$\text{トノ間ニハ } A_i \frac{\partial x^i}{\partial u^a} = A_a \text{ ナル関係式が成立シマス。従ッ}$$

テコノ式ノ左辺カラ見レバ, A_i ハ *covariant vector*
 ノ*comp.*デ, $\frac{\partial x^i}{\partial u^a}$ ハ $i=1,2,3$ デ *contravariant*
*vector*ノ*comp.*デスカラ $A_i \frac{\partial x^i}{\partial u^a}$ ハ x ノ変換デハ
invariant, 即チ A_a ハ x ノ変換デハ *invariant*

デアリマス。コレハ當然幾何學的ニ明ラオナコトデス。(1)
 ノ A_i ハ $A_i x^{(2)i} + B$ ノ最高次ノ $x^{(2)}$ デ微分シタトキ
 ノ微係數デアリマス。若シ曲面ノ合フレル空間ノ座標変
 換ヲ考ヘテ居ラレルモノデシタラ、 A_a デハナク $x^{(3)i}$
 デ微分シタトキノ微係數ヲトラナケレバナリマセ
 ン。

II. 第二ニ「コレガ Kawaguchi space ト
 云フモノナノデセシカ」トノ御質問デスガ、コレガト云
 フ言葉ガ (1) ノ意味スルモノトシテ御答ヘ致シマス。

一般ニ n 次元空間デ曲線ノ長サガ

$$\Delta = \int F(x, x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(m)}) dt, \quad (n \leq m)$$

或ハ更ニ一般ニ

$$\Delta = \int F(t, x, x^{(1)}, \dots, x^{(m)}) dt$$

デ與ヘラレル空間ヲ私共ハ Kawaguchi space ト呼
 ンデ居リマス。従ツテ metric ガ (1) デ與ヘラレル空間モ
 $m=2$ ノ特別ニ河口空間

$$\Delta = \int F(x, x^{(1)}, x^{(2)}) dt$$

ノ更ニ F ガ特段ナ形ヲトツタ場合デアリマス。

ナゼ初メコンナ特段ノ場合ヲヌツタカト申サレルカニ知
 レマセンガ、ソレハ一般ノ場合ハ附帯條件ガ邪魔ヲ致シテ仲
 タ出来ナカッタカラデス。何レ河口博士ノ河口空間ニ對スル

長大ノ論文が発表サレマスカラ夫レガ良ク御了解が出来ルコ
トト思ヒマス。

(1939, 10, 6)