OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	covering theorem 二就テ
Author(s)	中野, 秀五郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1939, 190, p. 580-582
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74754
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

823. Covering theorem ニ就テ

中野　秀五郎（東大）

今來ヌ全國紙上數學談話會189号ヲ見ルト，角谷君ガ"Wiener 及ビ Vitali ノ covering theorem ニ就イテ"ナル表題ニテ Wiener ノ定理トシテ次ノ定理ヲ擧ゲテヰル。

定理（Wiener）　Aヲm次元 Euclid 空間 R^m 内ノ有界集合（必ズシモ measurable デハナイ）トスルトキ，若シ任意ノ $x \in A$ ニ対シテ xヲ中心トスル半徑 $r(x)>0$ （$r(x)$ ハ xト共ニ変化スルコトヲ許スモノトス），sphere $S(x) \equiv S(x, r(x))$ ガ對應スレバ $\{S(x)\}$，$x \in A$ ノウチカラ有限個ノ何レノ二ツモ互ニ共通点ヲモタヌ sphere $S(x_1), S(x_2), \cdots\cdots$

…, $S(x_n)$ ヲ選ンデ

$$\sum_{i=1}^{m} m(S(x_i)) > \alpha_m \, m^t(A)$$

トナルヤウニスルコトガ出来ル．コヽニ $m(S)$ ハ S ノ measure（即チ volume），$m^t(A)$ ハ A ノ outer measure ヲ表ハシ、$\alpha_m > 0$ ハ R^m ノ dimension m ノミニ depend スル constant デアル。

所ガ私ガ既ニ東京物理学校雑誌第五百七十一別ニテ〝Riemann 積分ヨリ Lebesgue 積分ヘ VII〟（コレハ私ガ昭和十二年三月物理学校ヘ原稿ヲ送リシガ、如何ナルワケカ中々出版サレズ、十四年六月ヤット印刷サレタルモノナリ）。ナル表題ニテ measure ヲ用ヒズシテ Lebesgue 積分ヲ論ズルニ付、Vitali の covering theorem ニ対スルモノトシテ、次ノ補定理ヲ挙ゲタ。

補定理　有界点集合 A アリテ、ソノ各点ニ其ノ点ヲ含ム正方形ガ對應セシメラレタルトキ、其等正方形ノ高々可附番個 $l_1, l_2, \cdots\cdots$ ヲ適當ニ選ベバ、コレ等何レノ二ツモ共有点ナク、シカモ l_n ト同一中心ニテ辺ノ長サ三倍ナル正方形 l_n' トセバ、A ハ $l_1', l_2', \cdots\cdots$ ニテ覆ハル。

此ノ定理ハ二次元ニテ論ジタルモ、其ノ方法ハ其ノ儘一般ノ次元ニモ適用サレ、又 $l_1, l_2, \cdots\cdots$ ヲ正方形トセシモ、此レ等ガ球ナルトキモ、全然同様ニシテ、其ノ場合 $l_1', l_2', \cdots\cdots$ ハ夫々 $l_1, l_2, \cdots\cdots$ ト同心ニテ半径ヲ

三倍トセルモノトスレバ可ナリ。

Wiener ノ定理ハコノ補定理ニ合マレル様ニ思ハル。然カモ Wiener ノ定理ニ於ケル d_n ハ $\frac{1}{3^n}$ ニテ可ナルコトが知ラレル。又 $l_1, l_2, \cdots\cdots$ が可附番個ナルモ、充分大ナル n ニ對シテ、$l_1, l_2, \cdots\cdots, l_n$ が既ニ Wiener ノ定理ヲ充タスコトモ明カナリ。

次ニ此補定理ノ証明ヲ與ゲル。

補定理ノ証明: Lindelöf ノ covering theorem ニヨリ有界点集合 A ハ其等正方形（或ハ球）ノ高々可附番個 $d_1, d_2, \cdots\cdots$ ニテ覆ハレ、然カモ $d_1, d_2, \cdots\cdots$ が其大サノ順。即チ n ト共ニ大サが大キクナラヌが如キ順トス。先ヅ d_1 ヲ l_1 トシ、次ニ $d_1, d_2, \cdots\cdots$ ノ中 l_1'（l_1 ト同心大サ三倍ノ正方形或ハ球）ニ含マレザル最初ノ d_n ヲ l_2 トシ、次ニ l_1', l_2'（l_2' ハ l_2 ト同心大サ三倍ノ正方形或ハ球）ノ何レニモ含マレザル最初ノ d_n ヲ l_3 トスル。以下コノ如クニシテ、$l_1, l_2, l_3, \cdots\cdots$ ヲ定ムレバ、点集合 A ハ $l_1', l_2', \cdots\cdots$ ニテ覆ハレ、然カモ $l_1, l_2, \cdots\cdots$ ノ何レノ二ツモ共有点ナシ。