



|              |                                                                             |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| Title        | Lie群論への注意                                                                   |
| Author(s)    | 河田, 敬義                                                                      |
| Citation     | 全国紙上数学談話会. 1939, 191, p. 601-613                                            |
| Version Type | VoR                                                                         |
| URL          | <a href="https://doi.org/10.18910/74757">https://doi.org/10.18910/74757</a> |
| rights       |                                                                             |
| Note         |                                                                             |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

## 826. Lie 群論へ、注意

河 田 敬 義 (東大)

ヨク知ラレテキル事カモ知レマセンガ、Lie 群論 = 就イテ氣附イタコトヲ、ニ述ベサセテイタジキ度イト思ヒマス。

### 1

Lie 群芽ト其ノ infinitesimal Transformation ノ作ル Lie Ring トノ間ノ關係ヲ Weyl ハ次ノ如ク述ベテキル。

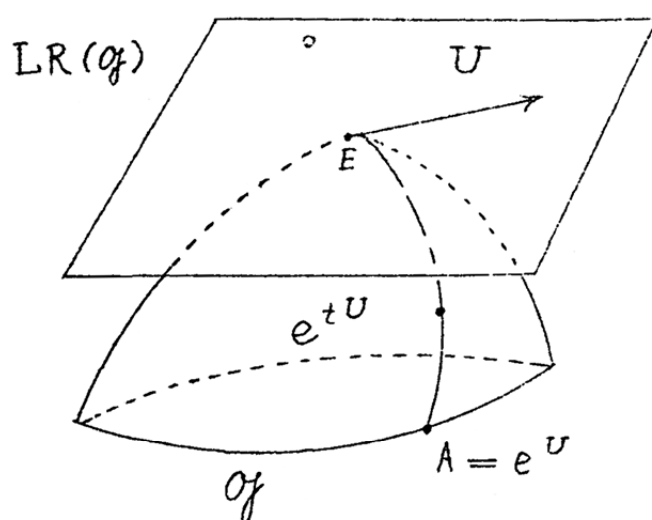
"The group germ is reducible to, and reproducible from, its infinitesimal elements, which not only form a linear set, the tangent plane of the group  $\gamma$  at the origin 1, but even a kind of algebra. (The classical groups, p. 260) Lie Ring  $LR(\mathcal{O})$  ヲ Lie 群芽  $\mathcal{O}$  ノ  $I =$  於ケル切平面ト見ルトイフコトハ、 $\mathcal{O}$  ガ Matrix ヨリナル時 = J. V. Neumann (M. Z. 30) = ヨツテ述ベラレヲアル。即チ複素數ヲ組成因子トスル  $m$  次ノ Matrix 全体ヲ  $2m^2$  Euclidischer Raum ト見テ (即チ  $\|(a_{ij})\| = \sqrt{\sum_{i,j} |a_{ij}|^2}$  デ絶對値ヲ定メテ)  $\mathcal{O}$  ノ中ノ  $n$  箇ノ Parameter ヲモツ曲面ト見テ  $\mathcal{O}$  ノ上ノ点列  $\{A_r\}$  ( $A_r \rightarrow E$ ) カラ

$$\frac{A_r - E}{\varepsilon_r} \rightarrow U \quad (r \rightarrow \infty)$$

ナレ  $U$  が存在スルトキ = カナル  $U$  , 全体が  $LR(\mathcal{O})$  ヲ  
作ル。又ハ  $A \in \mathcal{O}$  が充分  $E = \text{近イトキ} = U = \log A$  ,  
張ル平面ト云ツテモヨイ。

之レカラ逆 =  $A \in \mathcal{O}$  が  $E = \text{近ケレバ}$   $A = e^U$  トナルト  
言フノデアル。

例ヘバ  $\mathcal{O}$  が  $|A|=1$  , 全体トスレバ  $U = \log A$  ハ  
 $|A| = e^{Sp U}$  カラ  $LR(\mathcal{O})$  ハ  $Sp U = 0$  ナル  $U$  , 全体ト  
ナル。  $E + U$  が  $\mathcal{O}$  ,  $E = \text{於ケル切平面}$  ナルコトハ  $\mathcal{O}$  ハ  
代数曲面デスラアルカラ



$\mathcal{O} = \text{於ケル } E$  , 近クノ  
Matrix ヲ  $E + \varepsilon U$  ト  
スレバ

$$|E + \varepsilon U| \\ = 1 + \varepsilon Sp U + o(\varepsilon)$$

カラ  $Sp U = 0$  デ定メ  
ラレルコトガワカル。

然シ  $\mathcal{O}$ -が Matrix ヨリナラナイ時ハ如何ニシテ此レ  
ト同様ナ直観的ナ像ヲ作ルコトガ出来ルカ。又ソレガ今ノ場  
合ト如何ニ関係附ケルコトガ出来ルカトイフコトヲ考ヘタイ  
ト思ヒマス。

## 2

三村氏ノ「連続群論」(M)カラ必要ナ定義又結果ヲ書

\* 抜キマスト

Lie 群トハーツノ群芽デ單位元 $I$ ノ充分近クハ  $n$  次 Euclid 空間ノ球ト同位相デアリ、ソノ元ハ  $E_a$  ( $a = (a_1, \dots, a_n)$ ) デアラハサレル。

$E_a \cdot E_b = E_c$  トスレバ  $c_i = \varphi_i(a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n)$ ,  $E_b = E_a^{-1}$  トスレバ  $b_i = \psi_i(a_1, \dots, a_n)$  デ、 $\varphi_i, \psi_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) ガ原点ノ近傍デスベテノ文字 = ツイテ正則解析函数トナルモノトスル。

本質的ナ Lie 変換群トハ、 $m$  次空間ノ一点  $x^0 = (x_1^0, \dots, x_m^0)$  ノ近傍デ定義サレタ変換ノ集合デアツノ  $n$  次 Lie 群ト同型ナモノトスル。且ツ  $E_a$  = 對スル変換ヲ

$$T_a: x'_i = f_i(x_1, \dots, x_m; a_1, \dots, a_n) \quad (i = 1, \dots, m)$$

トスル時  $f_i$  ガスベテノ  $x_y, a_k$  = ツイテ正則解析函数ナルモノトスル。(M. P. 84)

今

$$(1) \left[ \frac{\partial f_i(x, a)}{\partial a_k} \right]_{a=0} = \xi_{ik}(x), \quad \left[ \frac{\partial \varphi_i(a, b)}{\partial b_k} \right]_{b=0} = \alpha_{ik}(a)$$

トスレバ infinitesimal Transformation ノ演算子

$$(2) X_i = \sum_{k=1}^m \xi_{k,i}(x) \frac{\partial}{\partial x_k} \quad (i = 1, \dots, n)$$

ノ一次結合  $X = \sum_{i=1}^n \lambda_i X_i$  ( $\lambda_i$  ハ實數) ノ全体デアル。

コノトキ

$$(3) [X_i, X_j] = X_i X_j - X_j X_i = \sum_{k=1}^n c_{ij k} X_k + \text{ル 常數}$$

$c_{ij k}$  が存在スル。(M. p. 110)

即チ  $X$  全体が Lie Ring  $[R \text{ (of) } X]$  を作る。

$X$  と  $Ta$  との関係

$$\frac{da_k}{dt} = \sum_{j=1}^n \lambda_j \alpha_{kj}(a) \quad (k=1, \dots, n)$$

ヲ  $t=0$  十  $a=0$  十ル初期條件デトイテ  $a_k = h_k(\lambda, t, \dots, \lambda_n t)$  トナス。

$\lambda$  充余小サイ所ト  $a$  充余小サイ処トヲ  $a_k = h_k(\lambda, \dots, \lambda_n)$  十ル正則十一對一ノ交換デ對應ツケテ

$Ta: x'_i = f_i(x, a) = f_i(x, a(\lambda)) = \bar{f}_i(x, \lambda)$   
 $= T_\lambda x_i$  トカキ  $\lambda$  ヲ標準母數トイフ。(M. p. 113)

$$x'_i(t) = \bar{f}_i(x, \lambda t) \text{ トスレバ}$$

$$\frac{dx'_i}{dt} = \left( \sum_{k=1}^n \lambda_k X_k \right) x'_i \text{ トナス。 } X = \sum_{k=1}^n \lambda_k X_k$$

トオケバ、一般ニ  $x'_1, \dots, x'_m$  正則解析函数  $F(x'_1, \dots, x'_m)$

ハ又

$$(4) \frac{dF}{dt} = XF \text{ ヲ満足シ、従ツテ}$$

$$F(x'_1, \dots, x'_m) = F(x_1, \dots, x_m) + \frac{t}{1} XF(x_1, \dots, x_m) \\ + \dots + \frac{t^n}{n!} X^n F(x_1, \dots, x_m) + \dots$$

ト原点ノ近クデ一様收斂スル Taylor 展開が出来る。

$$(5) \quad e^{tX} = 1 + tX + \dots + \frac{t^n}{n!} X^n + \dots$$

トカケバ

$$F(x'_1, \dots, x'_m) = e^{tX} F$$

トアラハサレル。 (M. p. 93)

以上ノ結果ヲ使ッテ Lie 群  $\mathcal{O}$  ノ曲面トシテ含ム様ナ空間  $\mathcal{R}$  ノ次ノ様ニ定義シマス。

$x^0 = (x^0_1, \dots, x^0_m)$  ノ近傍ヲ  $\mathcal{O}$  トシテ,  $\mathcal{O}$  = 於ケル  $x^0$  デ正則ナ解析函数ノ全体ヲ  $A(\mathcal{O})$  トスル。  $A(\mathcal{O})$  , in  $A(\mathcal{O})$  , linear Transformation  $L$  ノ全体ヲ  $\mathcal{R}$  トスル。

$L_1 F(x_1, \dots, x_m) = F_1(x_1, \dots, x_m)$ ,  $L_2 F = F_2$  ナ時  $(L_1 + L_2)F = L_1 F + L_2 F$ ,  $(L_1 L_2)F = L_1(L_2 F)$  トスレバ  $\mathcal{R}$  ハ Ring トナル。

又  $L_n \rightarrow L (n \rightarrow \infty)$  トハ

スベテノ  $F \in A(\mathcal{O})$  = 對シテ  $L_n F \xrightarrow{gl} L F (x^0)$  ナル近傍ヲ *gleichmäßig* = 収斂スルコト) ト定義スレバ  $\mathcal{R}$  = Topologie ヲ入レルコトが出来ル。

$\mathcal{K} = \mathcal{O}$  ノ  $T_a: x'_i = f_i(x_1, \dots, x_n; a_1, \dots, a_n)$  = 對シテ

$$\begin{aligned} L_a F(x_1, \dots, x_m) &= F(x'_1, \dots, x'_m) \\ &= F(f_1(x_1, \dots, x_m, a_1, \dots, a_n), \dots, f_m(x_1, \dots, x_m, a_1, \dots, a_n)) \end{aligned}$$

ト定義スレバ  $a$  が 0 = 充分近い時ハ  $x'_i$  ト  $x_i$  トハ余リチガハナイカラ,  $x$  が  $x^0$  ノ充分近クナラバ右辺ハ意味ヲモツ。

$F$  は解析函数ナル故  $x^0$  の如何ニ依ル近傍ニヨリテモ決定  
サレルカラ  $L_a$  ハハッキリトシタ意味ヲモツ。明カニ  $L_a$  ハ  
linear Transformation デアル。

$\mathcal{O}$  の定義カラ  $T_a T_b = T_c$  ナラ  $L_a L_b = L_c$ 、又逆  
モ明カデアル。

次ニ  $a_i^{(r)} \rightarrow a_i (r \rightarrow \infty) (i=1, \dots, n)$  ナラバ  
 $f_i(x, a^{(r)}) \rightarrow f_i(x, a)$  カラ直チ  $L_{a^{(r)}} \rightarrow L_a$  ナル  
コトガワカル。

即チ  $L_a$  ノ全体ハ  $\mathcal{O}$  ト isomorph = ナリ、 $\mathcal{R}$  ノ中、  
一ツノ  $n$ -parametric ナ曲面ヲ表ハス。ソレヲ  $\overline{\mathcal{O}}$  デ  
アラハス。

(5) 式  $e^{tx}$  ハ今定義シタ収斂デ意味ヲ持ツ。又

$$X = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^{tx} - I}{t} \text{ 同様。}$$

サテ  $\overline{\mathcal{O}}$ 、 $I: x'_i = x_i$  = 於ケル切平面ノ定義トシテハ  
Heumann ト同様  $a(r) = (a_1(r), \dots, a_n(r)) \xrightarrow{r \rightarrow \infty}$   
 $(0, \dots, 0)$  ナル点列ヲトリ実数列  $\varepsilon(r)$  ヲ適當ニ取ツ  
ヌトキニ

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{L_{a(r)} - I}{\varepsilon(r)} = U$$

ガ存在スレバ、カナル  $U$  ノ全体ハ一ツノ  $n$ -dim + linearer  
Raum  $L\mathcal{R}(\overline{\mathcal{O}})$  ヲ作ルコトガ証明サレ、之レヲ以テ  
 $I$  = 於ケル切平面ト言ッテヨイデアラフ。

次ニ  $L\mathcal{R}(\overline{\mathcal{O}})$  ガ  $\sum_{i=1}^n \lambda_i X_i$  ノ全体トナルコトヲ証明ス

ル。

コレが丁度  $n$ -dim のルコトハ M. 114 頁参照。

先ヅ標準母数  $(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$  = 母数ヲカヘテモ  $a \rightarrow 0$  ト  $\lambda \rightarrow 0$

トハ同一ナル故差支ヘナイ。

既ニ  $L_{\lambda}(t) = e^{tX}$  ナルトキハ  $t = \frac{1}{r}$  トスレバ

$$\frac{L_{\lambda(r)} - I}{\frac{1}{r}} \rightarrow X$$

ナルコトヲ知ツテキル。今  $\{\lambda(r)\}$  ノ中カラ

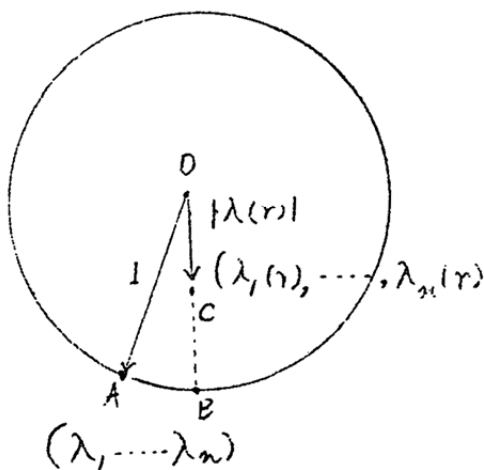
$$|\lambda(r)| = \sqrt{\lambda_1(r)^2 + \dots + \lambda_n(r)^2} \text{ トシテ } \left( \frac{\lambda_1(r)}{|\lambda(r)|}, \dots, \frac{\lambda_n(r)}{|\lambda(r)|} \right)$$

ノ收斂スル部分列ヲトル。ソレヲ又  $\lambda(r)$  ト番号ヲツケヤシ。

且ツソノ極限ヲ  $(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$  ( $\lambda_1^2 + \dots + \lambda_n^2 = 1$ ) トス

ル。コノデ

$$X = \sum \lambda_k X_k \text{ トスレバ}$$



$$(6) \frac{L_{\lambda(r)} - I}{|\lambda(r)|} \rightarrow X (r \rightarrow \infty)$$

ヲ証明スレバ、求ムル証明ハ之

レカラ容易ニ可ルコトデアル。

標準母数ノ定義カラ

$$L_{\lambda(r)} = e^{|\lambda(r)| X(r)},$$

$$X(r) = \sum_k \frac{\lambda_k(r)}{|\lambda(r)|} X_k$$

トアラハサレル。

故ニ

$$\frac{L_{\lambda(r)-I}}{|\lambda(r)|} = \frac{1}{|\lambda(r)|} (e^{|\lambda(r)|x} - I) + \frac{1}{|\lambda(r)|} (e^{|\lambda(r)|x(r)} - e^{|\lambda(r)|x})$$

カラ

$$\begin{aligned} P_r &= \frac{1}{|\lambda(r)|} (e^{|\lambda(r)|x} - e^{|\lambda(r)|x(r)}) \\ &= e^{|\lambda(r)|x} \left\{ \frac{1 - e^{|\lambda(r)|(x(r)-x)}}{|\lambda(r)|} - \frac{e^{-|\lambda(r)|x} e^{|\lambda(r)|x(r)} - e^{|\lambda(r)|(x(r)-x)}}{|\lambda(r)|} \right\} \end{aligned}$$

→ 0 可言へバヨイ。 { } 内、第二、項ハ → 0 + ルコト  
ハ M. p. 166 頁参照。

同様 = 第一、項モ  $X(r) - X \rightarrow 0$  カラ展開シテミレバツカ  
ル。故 =  $L_r = e^{|\lambda(r)|x}$  トスレバ、

$F_r(x) \xrightarrow[r \rightarrow \infty]{} 0$  ( $x \in d\mathcal{O}$ ) カラ  $L_r F_r(x) \rightarrow 0$  ( $x \in d\mathcal{O}_0$ )  
ヲイへバヨイ。

今  $d\mathcal{O} \ni d\mathcal{O}_1 = (x; |x_i| < \delta)$  トスレバ  $r > r_0 + \tau$   
 $|F_r(x)| < \varepsilon$ ,  $x \in d\mathcal{O}_1$ .  $\overline{d\mathcal{O}} \ni L_r \rightarrow 0$  カラ  $x \in d\mathcal{O}_0 + \tau$   
 $|L_r x_i| < \delta$  ( $i=1, \dots, n$ ) + ル  $d\mathcal{O}_0$  ガナル。即チ

$$|L_r F_r(x)| = |F_r(L_r x)| < \varepsilon \quad (x \in d\mathcal{O}_0)$$

トナル。Q. E. D.

以上ノ証明ヨリ特 =  $\{a(t)\} = \{\lambda(t)\}$  ガ ( $a(0) = \lambda(0) = 0$ )  
 $0 \leq t \leq 1$  デ原点マデ滑ラカ = 切線方向ノカハル曲線トスレ  
バ、(Parameter Raum = 於ケル)

$$\frac{L_{a(t)} - I}{\varepsilon(t)} \rightarrow X(\neq 0) \in LR(\overline{d\mathcal{O}})$$

+ ル  $\varepsilon(t)$  ノ存在スルコトガツカル。

又.M. p. 166 カラ

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^{-Yt} e^{-Xt} e^{Yt} e^{Xt} - I}{t^2} = XY - YX$$

カラ

$X, Y \in LR(\overline{\mathcal{O}})$  カラ  $XY - YX = [X, Y] \in LR(\overline{\mathcal{O}})$  が言ハレル。

即チ (3) が新タ = 証明サレタコト = ナル。

以上デ Heumann ノ 論法 ガ 一般ノ 場合ニテ 擴張サレタ。

### 3

$n = 2 =$  於ケルコトニ Heumann ノ 場合トノ 直接的關係ヲ シラベテミル。

2 デ考ヘタ  $\mathcal{O}$  ヲ einbetten スル  $\mathcal{R}$  ハ 餘リ 廣スヤルカラ、Ring トイフコトハ 保タレナイガ、モットセマイ空間ヲ考ヘル。

$\mathcal{R} \ni L$  デ

$$Lx_i = 0 \quad (i = 1, \dots, n)$$

ノ 全体ハ  $\mathcal{R} =$  於ケル abgeschlossener Modul  $\mathcal{R}$  ヲ作ル。  $Lx_i = 0$  カラ  $L'Lx_i = 0$  カラ  $\mathcal{R}$  ハ Linksideal トナルガ Zweiseitiges Ideal トハナラナイ。 シカシ

$$\overline{\mathcal{R}} = \mathcal{R}/\mathcal{R}$$

ナル Modul ヲ考ヘテ、Topologie トシテ ( $-$  ヲ mod  $\mathcal{R}$  ノ Klasse トスル)

$$\overline{L}_n \rightarrow \overline{L} \quad \text{トハ 任意ノ 代表 } L_n, L \in \mathcal{O} \text{ ヲ トリ}$$

$$\bar{L}_n x_i \longrightarrow \bar{L} x_i \quad (i=1, \dots, n)$$

トスル。コレハ勿論代表ノ取り方ニ関係シナイ。 $\mathcal{R} \rightarrow \bar{\mathcal{R}}$ ハ  
明カニ連続ト對應デアル。

$\mathcal{R}$ ニ於ケルト同様ニ  $\bar{L}_a$  ハ  $\mathcal{O}_f$  ト isomorph +  $n$ -  
parametric + 曲面  $\bar{\mathcal{O}}_f$  トナル。

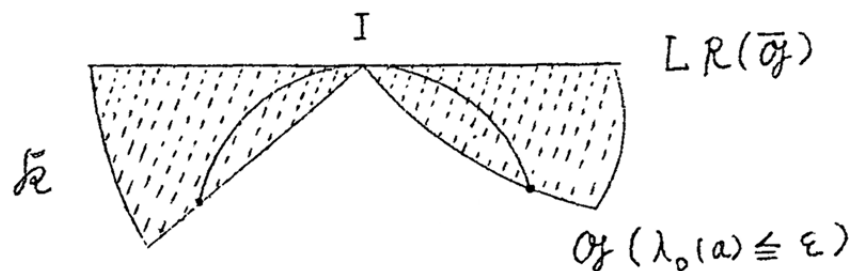
即チ  $\bar{L}_a \longleftrightarrow \bar{L}_a$  ハ明カニ  $1:1$  對應デアル。

$\bar{L}(\mathcal{O}_f)$  ニ同様ニ  $1:1 = \bar{L}(\bar{\mathcal{O}}_f)$  トシテ einbetten  
サレル。

$\bar{\mathcal{O}}_f, \bar{I}$  ニ於ケル切平面トシテ  $\bar{L}(\bar{\mathcal{O}}_f)$  ガ突メラレル  
コトハ

$\mathcal{R}$  ニ於イテ  $\{C(I - \bar{L}_a), \bar{L}(\bar{\mathcal{O}}_f)\}$  , 全体ノ作  
ル錐体  $\bar{\mathcal{R}}$  ト  $\bar{\mathcal{R}} =$  於テ  $\{C(\bar{I} - \bar{L}_a), \bar{L}(\bar{\mathcal{O}}_f)\}$  , 全体  
ノ作ル錐体  $\bar{\mathcal{R}}$  トガ homöomorph + ルコトヲ言ヘバヨイ。  
ソレニハ  $\bar{\mathcal{R}} \rightarrow \bar{\mathcal{R}}$  ガ  $1:1$  , stetig + ル故  $\bar{\mathcal{R}}, \bar{I}$  ノ近傍  
 $\mathcal{U}(\varepsilon, N)$

$$C_a(L_a - I), \left( L_a = e^X, X = \sum \lambda_k X_k \mid \lambda_1^2 + \dots + \lambda_n^2 \right. \\ \left. = \lambda_0^2, \lambda_0 \leq \varepsilon, 0 \leq C_a < N \frac{1}{\lambda_0(a)} \right)$$



又ビ  $X = \sum \lambda_k X_k$  ( $\lambda_0 = \sqrt{\lambda_1^2 + \dots + \lambda_n^2}$  ,  $0 \leq \lambda_0 \leq N$ )  
ハ  $\varepsilon$  ガ小ナル時ハ  $N$  ガ何デモ compact = ナルコトガワカ

レバ、ソレカラ  $\bar{K}$  ト  $\bar{K}$  ト *homöomorph* ナルコトが言  
ヘル。シカル  $= \overline{LR(\bar{\sigma}_j) \cap \mathcal{U}(\varepsilon, N)}$  *compact* ナル  
ハ當然。又

$E_r = C_{a(r)} (\bar{L}_{a(r)} - I) \quad (r = 1, 2, \dots)$  が與ヘ  
ラレル時ハ

$(\lambda_1(a(r)), \dots, \lambda_n(a(r)))$  ノ収斂スル部分列ヲト  
リ、又  $\bar{L}_{a(r)}$  トスレバ

$$\frac{\bar{L}_{a(r)} - I}{\lambda_0(a)} \rightarrow X \in \bar{LR}(\bar{\sigma}_j)$$

トナルコトカラ、 $\overline{\mathcal{U}(\varepsilon, N)}$  が *compact* ナルコトが容易  
ニ結論サレル。

故ニ  $\bar{K}, \bar{K}$  = 開スル限リデハ *Topologie* = 変換ノナ  
イコトカラ  $\overline{LR(\bar{\sigma}_j)}$  が  $\bar{\sigma}_j$  ノ切平面ナリトイフコトが  $\bar{K}$  デ  
同様に成立スル。

サテ一次変換  $A = (a_{ij})$  ハ  $\mathcal{R}$  = 於テ

$$\left. \begin{aligned} M_A F(x_1, \dots, x_m) &= F(x'_1, \dots, x'_m), \\ x'_i &= \sum_{j=1}^m a_{ij} x_j \end{aligned} \right\} \text{トアラハ}$$

サレ、コノ全体ヲ  $\mathcal{M}$  トスルト、 $\bar{\mathcal{M}} = \mathcal{M} \cup \mathcal{R} / \mathcal{R}$  ハ  $\mathcal{M}$  ト  
*isomorph* トナル。

且ツ  $\|A\| = \|(a_{ij})\| = \sqrt{\sum_{i,j} |a_{ij}|^2}$  = ヨル一次変換  
ノ *Topologie* ト、上ニ與ヘタ  $\bar{\mathcal{M}}$  スハ  $\mathcal{M}$  ノ *Topologie*  
トハ全然一致スル。

$\sigma_j$  が一次変換ヨリナル *Lie* 群ノ時ニハ  $\bar{\sigma}_j \in \mathcal{M}$ 。

$$\overline{\alpha_j} \in \overline{m} \subset \overline{R} \quad \text{トナレバ} \quad \forall \quad \text{ナレバ}$$

$$L_a: x'_i = \sum_{j=1}^m \alpha_{ij}^{(k)}(a_1, \dots, a_n) x_j. \quad (\alpha_{ij}^{(k)} \text{ハ} x \text{ヲ含}$$

マナレバ) トナレバ

$$\alpha_{ij}^{(k)} = \left( \frac{\partial \alpha_{ij}}{\partial a_k} \right)_{a=0} \quad \text{トナレバ}$$

$$\xi_{ij} = \left( \frac{\partial f_i}{\partial a_j} \right)_{a=0} = \sum_{k=1}^m \alpha_{ik}^{(j)} x_k + \text{ナレバ}$$

$$X = \sum_{k=1}^n \lambda_k X_k = \sum_{k=1}^n \lambda_k \sum_{i=1}^m \left( \sum_{j=1}^m \alpha_{ij}^{(k)} x_j \right) \frac{\partial}{\partial x_i}.$$

$$\therefore X x_l = \sum_{j=1}^m \left( \sum_{k=1}^n \lambda_k \alpha_{lj}^{(k)} \right) x_j. \quad \text{トナレバ}$$

$$\therefore \overline{\alpha_{ij}} = \sum_{k=1}^n \lambda_k \alpha_{ij}^{(k)}, \quad \overline{A} = (\overline{\alpha_{ij}}) \quad \text{トナレバ}$$

$$X x_i = \overline{A} x_i \quad \text{トナレバ}$$

$$\text{故ニ} \quad \overline{LR(\alpha_j)} \subset m \cup n/n = \overline{m} \quad \text{トナレバ}$$

然レバ  $m \cup n = M_A + L$ ;  $m \ni M_A$ ,  $n \ni L$ , 全体ハ

Ring トナレバ、 $n$  ガ  $\forall$   $\text{Zweiseitiges Ideal}$  トナレバ

$$m \cup n/n \cong \overline{m}$$

ハ Ring isomorph トナレバコトナレバナレバ。

$\forall \quad \text{ナレバ} \quad M_A L \in n$  ハ明カナレバ故ニ  $L M_A \in n \Rightarrow \text{ナレバ}$

$\exists \quad 1$ 。

$\forall \quad \text{ナレバ} \quad L x_i = 0 \quad (i=1, \dots, m)$  ナレバ

$$L M_A x_i = L \left( \sum_j a_{ij} x_j \right) = \sum_j a_{ij} L x_j = 0$$

カラワカル。

以上ヨリ

$$\mathcal{R} \rightarrow \overline{\mathcal{R}} \subset \overline{\mathcal{M}} \rightarrow \text{Matrixring}$$

ナル對應デ、 $\mathcal{O}_f$  ト  $LR(\mathcal{O}_f)$  トヲ考ヘルカギリ、 $\mathcal{O}_f$  /  $\text{Ring}$   
 $\text{operation} \in \text{Topologie}$  モ全然保タレヲキルコトガ  
ワカッタ。故ニ 2 / 証明ハ  $\mathcal{O}_f$  /  $\mathcal{O}_f$   $\rightarrow$   $\text{operator}$  / 算法ハ  
 $\text{Matrix}$  / 算法ニ、 $\text{Top.}$  ハ  $\|A\| = \sqrt{\sum |a_{ij}|^2}$  ニヨル  
 $\text{Matrix}$  /  $\text{Top.}$  デオキカヘルコトが出来るワケデアル。  
之レガ  $\text{Neumann}$  / 理論デアル。——