



Title	Zellenraume ノ Uberdeckung ノ 存在、其外
Author(s)	小松, 醇郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1939, 191, p. 613-617
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74758
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

827. Zellenräume / Überdeckung / 存在, 其外

小 松 醇 郎 (阪大)

次ノ三ツノ場合ノ Reidemeistersche Überdeckung
ノ存在ヲ問題トスル。

- 1) Zellenraum K^n / Fundamentalgruppe F
/ Γ $\sim$ / Charakter γ 任意 $=$ 與ヘク場合 $=$ 是レヲ持
ツヌイテ Überdeckung $\wedge$ 存在スル。茲 $=$ Γ $\wedge$ あー
ベト群 Q / inverse / アル Automorphismen
カラ積ヲ結合則トシテ 出来ル 群デアル。
- 2) Zellenraum K_1^n / Zellenraum $K_2^n \sim$ /

"randtren") 連続変換 h が興へラレ、又 K_2^n ,
 Überdeckung U_2 が興へラレタトキ K_1^n , Über-
 deckung U_1 デ $h = \exists$ U_1 が $U_2 = \text{Abbilden}$ サ
 レル如キ U_1 ハ存在スル。

③ 2) 逆デアル。即チ K_1^n , $K_2^n \sim$ 1 randtren, 変
 換 h 及ビ K_1^n , Überdeckung U_1 が興へラレラ居
 ル。但シ U_1 デハ K_1^n , Fundamentalgruppe $\mathcal{F}_1$
 , $\Gamma \sim$ 1 Homomorphismus. デハ $\mathcal{F}_1$, $\mathcal{F}_2 \sim$ 1
 Homomorphismus $h =$ 於ケル Kern ハ凡ベテ
 $I (\in \Gamma)$ へ移ツテ居ルモノトスル。然レトキ K_2^n ,
 Überdeckung U_2 デ $h =$ 依リ U_1 , 1 Bild トナル如キ
 U_2 ハ存在スルカ否カ。

2), 3) ハ図示スレバ

$$K_1^n \xrightarrow{h} K_2^n \quad \text{stetig, randtren}$$

$$\mathcal{F}_1 \xrightarrow{h} \mathcal{F}_2 \longrightarrow \Gamma. \quad \text{Homomorphismus}$$

然ルトキ U_1 , U_2 ノ一ツヲ興へテ他方ノ存在デアル。

1) 証明: K^n フ重心細カシテ生ズル Komplex K_0^n .
 此ノ n 次元單純体凡テカラ生ズル部分複体 K_0^i トスル。 K_0^i
 , Raum B' フ作ル。 B' ノ中ニ来ル一次元 Strecke
 $=$ ハ $I (\in \Gamma)$ フ対応サセル。 B' ノ中ニトイ一次元 Strecke
 ハ K^n , Fundamentalgruppe $\mathcal{F}$, 移ツテ又 K_0^n ,

1) A. Komatu: Über die Überdeckungen von Zellen-
 räumen II. Proc. Imp. Acad. 15. (1939)

Fundamentalgruppe $\mathcal{F}$ 1-ツ 1 元ヲ表ハス。従
ツテ興ヘラレタ character

$$\mathcal{F} \longrightarrow \Gamma$$

= 依ツテ對應スル $\gamma (\in \Gamma)$ ハ一意 = 定マル。ソノ γ ヲ夫
々 對應サセル。

是ヲ K'_0 ノ凡テ 1 Strecke = γ が對應サレ、homotop
0 + weg = γ I ($\in \Gamma$) が對應スル。従ツテ inzident
+ Zellen

$$a^n > a^{n-1}$$

= γ が對應サレ、ソレハ Überdeckung 1 條件²⁾ヲ
充ス。

2) 1 証明:

$$K_1^n \xrightarrow{h} K_2^n \text{ stetig, randtren.}$$

$$K_{10}^n \xrightarrow{h} K_{20}^n \text{ simplizial.}$$

$$\mathcal{F}_1 \xrightarrow{h} \mathcal{F}_2 \longrightarrow \Gamma. \text{ Homomorphismus.}$$

K_2^n 1 Überdeckung U_2 がアタヘラレタトキ
 K_{20}^n 1 各 Strecke = Γ 1 元 γ が對應スル。ソノ對應
ヲ homotop 0 1 開道 = γ I が對應スル。

$K_{10}^n \xrightarrow{h} K_{20}^n$ ヲ K_{10}^n 1 一次元 単体 = γ K_{20}^n 1
一次元 単体 が 一意 = 定マル。従ツテ K_{10}^n 1 各 Strecke
= 對應スル γ トシテ K_{20}^n 1 Strecke ノソレヲトレ

2) K. Reidemeister: Überdeckungen von Kom-
plexen. Crelle. 173.

バヨイ。

$$T'_1 \rightarrow T'_2 \rightarrow Y.$$

斯クテ K'' , Überdeckung U_1 が作レル。

3) ノ証明: U_1 が與ヘラレタトキ h デ $U_1 \rightarrow U_2$ ナル如キ K_2 , Überdeckung U_2 ハ必ズシモ存在シナイ。シカシ U_1 ト äquivalent + Überdeckung U'_1 フトレバ $U'_1 \rightarrow U_2$ ナル如キ U_2 ハ存在スル。Äquivalent トハ Fundamentalgruppe $\mathcal{F}$, $\Gamma \sim$, Charakter フ等シタスル奴。³⁾

$$\mathcal{F}_1 \xrightarrow{h} \mathcal{F}_2 \rightarrow \Gamma$$

デ $h(\mathcal{F}_1)$ ($\mathcal{F}_2$ ノ部分群) $\Gamma \sim$, character ハ與ヘラレル。此ノ Charakter が $\mathcal{F}_2$ 全体ノ $\vee \vee = \text{erweitern}$ 出來ラバ U_2 ハ存在スル。

$\mathcal{F}_2 \rightarrow \Gamma$ 與ヘラレタノガカラ $\vee = \text{ヨリ } U_2 \text{ フ作レル。 } \vee = 2) = \text{ヨリ } U'_1 \text{ フツクル。然ラバ } U'_1 \text{ デ } \mathcal{F}_1 \rightarrow \Gamma \text{ ノ Character ハ始メノ } U_1 = \text{於ケル } \mathcal{F}_1 \rightarrow \Gamma \text{ ト等シイ。}$

Zellenraum, Überdeckung, Betti 群 = ツキレ, ニハ結果ヲ述ベテ見マス。Komplex = 毛適

3) äquivalent + Überdeckungen ハ Zellenraum が Komplex + ツバ Betti 群 ハ等シイ。本誌 190 号, 談話 824。

應スル。

Fundamentalgruppe, i -te 部分群 π^i .

Geschlossen, i 次元 Zellenkette w^i :

$a_1^i, a_2^i, \dots, a_j^i, a_1^i \cup a_k^i \cup a_{k+1}^i, \dots = a_k^i > a_{k+1}^{i-1}$,

$a_{k+1}^i > a_{k+1}^{i-1}$ + $(i-1)$ 次元 Zelle, 存在スル道

ヲ云フ。Komplex + w^i $\cup$ homotop + $(i-1)$ 次元

Zellenkette w^{i-1} $\cup$ 存在スル。

w^i が homotop 0 (何次元, Zelle ヲ使ツテ
デモ) = ナルモ, π^i 単位元ト考ヘ, 凡スル w^i が作る群ヲ
 π^i

定理. π^i ハ基本群 π ノ部分群デアアル。

定理. Komplex K ハ π^i ハ π^{i-1} ノ部分群デア
アル。

定理. Mannigfaltigkeit M ハ π^i ハ π ト iso-
morph デアル。

Zellenraum K^n , Überdeckung $\mathcal{U}$ が與ヘラ
レバ π ノ Γ $\rightarrow$ Charakter, 従ツテ π^i ノ Γ $\rightarrow$
Charakter が與ヘラレル。

定理: Komplex, Überdeckung $\mathcal{U} = \{U_\alpha\}$
 π^i ノ Γ $\rightarrow$ Homomorphismus が trivial (π^i
 $\rightarrow I$) + $\mathcal{U}$, j 次元 Betti 群 $B_j^i(K^n, \mathcal{U})$, ($n \geq j \geq i$),
ハ K^n , 通例, j 次元 Betti 群ト isomorph
デアアル。