OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Zellenraume ノ Uberdeckung ノ存在、其外
Author(s)	小松, 醇郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1939, 191, p. 613-617
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74758
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

827. Zellenräume I Überdeckung I 存在。其外

小松　醇郎（阪大）

次ノ三ツノ場合ノ Reidemeistersche Überdeckung ノ存在ヲ問題トスル。

1) Zellenraum K^n ノ Fundamentalgruppe $\mathfrak{F}$ ノ Γ ヘノ Charakter ヲ任意ニ與ヘタ場合ニ是レヲ持ツヤウナ Überdeckung ハ存在スル。茲ニ Γ ハ有ベキ群 O_f ノ inverse ノアル Automorphismen カラ積ヲ結合則トシテ出来ル群デアル。

2) Zellenraum K_1^n ノ Zellenraum K_2^n ヘノ

randtreu[1]ノ連続変換 h ガ與ヘラレ，又 K_2^n，überdeckung U_2 ガ與ヘラレタトキ K_1^n，überdeckung U_1 デ h ニヨリ U_1 ガ U_2 = abbilden サレル如キ U_1 ハ存在スル。

3) 2)ノ逆デアル。即チ K_1^n，K_2^n ヘノ randtreu ノ変換 h 及ビ K_1^n，überdeckung U_1 ガ與ヘラレラ居ル。但シ U_1 デハ K_1^n，Fundamentalgruppe $\mathfrak{F}_1$，Γ ヘノ Homomorphismus デハ $\mathfrak{F}_1$，$\mathfrak{F}_2$ ヘノ Homomorphismus h = 於ケル Kern ハ凡ベテ I ($\in \Gamma$) ヘ移ッテ居ルモノトスル。然ルトキ K_2^n，überdeckung U_2 デ h ニ依リ U_1 ノ Bild トナル如キ U_2 ハ存在スルカ否カ。

2), 3) ハ図示スレバ

$$K_1^n \xrightarrow{h} K_2^n \quad \text{stetig, randtreu}$$

$$\mathfrak{F}_1 \xrightarrow{h} \mathfrak{F}_2 \longrightarrow \Gamma. \quad \text{Homomorphismus}$$

然ルトキ U_1, U_2 ノ一ツヲ與ヘテ他方ノ存在デアル。

1)ノ証明： K^n ヲ重心細分シテ生ズル Komplex K_0^n. 此ノ i 次元単体凡テカラ生ズル部分複体 K_0^i トスル。K_0' ノ Raum B' ヲ作ル。B' ノ中ニ来ル一次元 Strecke ハ I ($\in \Gamma$) ヲ対応サセル。B' ノ中ニナイ一次元 Strecke ハ K^n ノ Fundamentalgruppe $\mathfrak{F}$，依ッテ又 K_0^n ノ

---

1) A. Komatu: über die überdeckungen von Zellenräumen II. Proc. Imp. Acad. 15. (1939)

Fundamentalgruppe $\mathfrak{F}$ ノ一ツノ元ヲ表ハス．従ッテ與ヘラレタ character

$$\mathfrak{F} \longrightarrow \Gamma$$

=依ッテ對應スル $\gamma(\in\Gamma)$ ハ一意=定マル．ソノ γ ヲ夫々對應サセル。

是ガ K_0' ノ凡テノ Strecke =ガ對應サレ，homotop O + weg =ハ $I(\in\Gamma)$ ガ對應スル．従ッテ irgident + Zellen

$$a^r > a^{r-1}$$

= γ ガ對應サレ，ソレハ überdeckung ノ條件[2]ヲ充ス。

2) ノ証明：

$K_1^n \xrightarrow{h} K_2^n$ stetig, randtreu.

$K_{10}^n \xrightarrow{h} K_{20}^n$ simplizial.

$\mathfrak{F}_1 \xrightarrow{h} \mathfrak{F}_2 \longrightarrow \Gamma$. Homomorphismus.

K_2^n ノ überdeckung U_2 ガアタヘラレタトキ K_{20}' ノ各 Strecke $=\Gamma$ ノ元 γ ガ對應スル．ソノ對應デ homotop O ノ閉道=ハ I ガ對應スル。

$K_{10}^n \xrightarrow{h} K_{20}^n$ デ K_{10}^n ノ一次元單体=ハ K_{20}^n ノ一次元單体ガ一意=定マル。従ッテ K_{10}^n ノ各 Strecke =對應スル γ トシテ K_{20}^n ノ Strecke ノソレヲトレ

---

2) K. Reidemeister: überdeckungen von Komplexen. Crelle. 173.

ベヨイ。

$$T_1' \longrightarrow T_2' \longrightarrow \gamma.$$

斯リテ K_1^{n}, Überdeckung U_1 ガ作レル。

3) ノ証明： U_1 ガ単ヘラレタトキ h デ $U_1 \longrightarrow U_2$ ナル如キ K_2, Überdeckung U_2 ハ必ズシモ存在シナイ。シカシ U_1 ト äquivalent ナ Überdeckung U_1', ヲトレバ $U_1' \longrightarrow U_2$ ナル如キ U_2 ハ存在スル。Äquivalent トハ Fundamentalgruppe $\mathfrak{F}$ ノ Γ ヘノ Charakter ヲ等シクスル奴。[3]

$$\mathfrak{F}_1 \xrightarrow{h} \mathfrak{F}_2 \longrightarrow \Gamma$$

デ $h(\mathfrak{F}_1)$ ($\mathfrak{F}_2$ ノ部分群) ノ Γ ヘノ charakter ハ単ヘラレル。此ノ Charakter ガ $\mathfrak{F}_2$ 全体ノソレ＝erweitern 出来ルナラバ U_2 ハ存在スル。

$\mathfrak{F}_2 \longrightarrow \Gamma$ 単ヘラレタノダカラ 1) ニヨリ U_2 ヲ作ル。次ニ 2) ニヨリ U_1' ヲツクル。然ラバ U_1' デ $\mathfrak{F}_1 \longrightarrow \Gamma$ ノ Charakter ハ始メノ U_1 ニ於ケル $\mathfrak{F}_1 \longrightarrow \Gamma$ ト等シイ。

Zellenraum ノ Überdeckung ノ Betti 群ニツキレコレノ結果ヲ述ベテ見マス。Komplex ニモ適

---

3) äquivalent ナ Überdeckungen ハ Zellenraum ガ Komplex ナラバ Betti 群ハ等シイ。本誌 190 号，談話 824。

應スル。

Fundamentalgruppe ノ i-te 部分群 $\mathfrak{F}^i$.

Geschlossen ノ i 次元 Zellenkette w^i: $a^i_1\ a^i_2 \cdots\cdots a^i_j\ a^i_1$ トハ a^i_K ト a^i_{K+1} トノ間ニ $a^i_K > a^{i-1}_{KK+1}$, $a^i_{K+1} > a^{i-1}_{KK+1}$ ナル $(i-1)$ 次元 Zelle ノ存在スル道ヲ云フ。Komplex ナラバ w^i ト homotop ナ一次元 Zellenkette w' ハ必ズ存在スル。

w^i ガ homotop 0 (何次元ノ Zelle ヲ使ッテモ) ニナルモノヲ單位元ト考ヘ, 凡ユル w^i ガ作ル群ヲ $\mathfrak{F}^i$

定理. $\mathfrak{F}^i$ ハ基本群 $\mathfrak{F}$ ノ部分群デアル。

定理. Komplex デハ $\mathfrak{F}^i$ ハ $\mathfrak{F}^{i-1}$ ノ部分群デアル。

定理. Mannigfaltigkeit デハ $\mathfrak{F}^i$ ハ $\mathfrak{F}$ ト isomorph デアル。

Zellenraum K^n ノ überdeckung U ガ與ヘラレレバ $\mathfrak{F}$ ノ Γ ヘノ Charakter, 從ッテ $\mathfrak{F}^i$ ノ Γ ヘノ Charakter ガ與ヘラレル。

定理: Komplex ノ überdeckung U ニヨッテ $\mathfrak{F}^i$, Γ ヘノ Homomorphismus ガ trivial ($\mathfrak{F}^i \longrightarrow I$) ナラバ U ノ j 次元 Betti 群 $B^j_U(K^n, U)$, $(n \geqq j \geqq i)$, ハ K^n ノ通例ノ j 次元 Betti 群ト isomorph デアル。