



Title	Wesentlich n ノ Abbildung; 其ノ他
Author(s)	小松, 醇郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1940, 192, p. 25-33
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74764
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

834. Wesentlich n , Abbildung, 其 他

小 松 醇 郎 (阪大)

次ノ一聯ノ定理ヲ証明スル。

定理1. Komplex K^n , Homotopiegruppe $\pi^m(K^n) = \tau$ wesentlich n , Abbildung が作る Abbildungsgruppe $\mu^m(K^n)$, $\pi^m(S^n)$ $1/\alpha_n$ 個ノ直列ノ部分群 = isomorph デアル。特 $m=n$ トラバ $\mu^n(K^n)$ $\pi^m(S^n)$ modul デアル。

定理2. Komplex K_1^n カラ Komplex $K_2^n =$ wesentlich n , Abbildung f が存在シ K_2^n が単純連結トラバ $K_1^n = \text{Zyklus } Z_1^n$ が存在シ $f(Z_1^n) = Z_2^n$ デアル。

定理3. Komplex K_1^n カラ Komplex $K_2^n =$ wesentlich n , Abbildung f が存在シ K_1^n が単純連結トラバ $K_1^n = \text{Zyklus } Z_1^n$ が存在シ $f(Z_1^n) = Z_2^n$ デアル。

定理4. Sphäre S^n , wesentlich n + Bildkomplex K^n の n -Zyklus Z^n を含む。

定理5. Komplex K^n が wesentlich n in sich であるための必要且つ充分な条件は、或る Überdeckung $\mathcal{U} = \{U_i\}$ があり、 n -Zyklus Z^n が存在するコトである。

定理6. Sphäre S^n から Grad 1 で移る Mannigfaltigkeit M^n は Sphäre かと、Sphäre と Homotopietypus を異にするモノである。

定理4 から、wesentlich n in sich の Komplex K^n には n -Zyklus Z^n が存在する。Sphäre からの wesentlich n の Bild に入り得る。しかし、Komplex は或る Überdeckung = 開セット Z^n を持つ。それ故 K^n が単純連結で wesentlich n in sich ならば普通、 n -Zyklus Z^n が存在する。

wesentlich n in sich の性質は Homologie などから charakterisieren 出来る。 n -Zyklus が存在する n の Komplex、例はいくらでも出来る。例へば本誌、第190号。談話824。例 I。

S^n から Grad 1 で移る Mannigfaltigkeit M^n の性質は、 c ($c > 1$) で移るモノ、如何。 M^n の Fundamentalgruppe は

有限群 G が位数 $C = |G|$ であることが知られる。

定理 I の証明:

K^n / universelle Überlagerungskomplex $\tilde{K}^n$ について

$$\pi^m(K^n) \cong \pi^m(\tilde{K}^n)$$

$$H^m(K^n) \cong H^m(\tilde{K}^n)$$

$\tilde{K}^n$ は Zellenzerlegung であり $\tilde{I}_n$ 個の Zelle = n ツタス。

$$C_1^n, \dots, C_{\tilde{I}_n}^n$$

C_i^n / 内部 n -単体 / 内部 = homeomorph.

$H^m(\tilde{K}^n)$ / m ツ / 元 γ へ γ の Abbildung γ f .

$$f(S^m) \subset \tilde{K}^n$$

C_i^n / 内部 / 一点 p_i , $f = \gamma$ p_i / 原像 $f^{-1}(p_i)$ γ

$\tilde{K}^n$ 單純連結であるから zusammenhängend = 出来る。今 $\tilde{K}^n = I_n$. C_i^n γ 一点 = Identifizieren

スレバ m ツ / Sphäre. 即ち $f: S^m \rightarrow S^n$ / Abbildung である。故に $\pi^m(S^n)$ / 或る元 β_i γ 定まる。

凡て / Zelle C_i^n = ツキ行へば結局

$$f \rightarrow (\beta_1, \dots, \beta_{\tilde{I}_n}), \beta_i \in \pi^m(S^n)$$

との対応が定まる。

此の対応は eindeutig である。何とすれば

$H^m(\tilde{K}^n)$ / 0 元 γ へ γ の f γ

$$f \rightarrow (\quad, \beta_i, \dots), \beta_i \neq 0$$

ナルコトハアリ得ナイ。アツタトスレバ: f ト等シイ

Klasse, Abbildung f' 本 wesentlich n

デハナイモノ存在スルカラ、 n ! Abbildung 存在スル。

$$F(S^m \times t) \subset \tilde{K}^n$$

$$F(S^m \times 0) = f(S^m) \subset \tilde{K}^n$$

$$F(S^m \times 1) = f'(S^m) \subset \tilde{K}^{n-1}$$

$F = \exists \text{ル } p_i: \text{ 原像 zusammenhängend} = \text{シテ}$

$\text{イテ } \tilde{K}^n - I_{nn}. C_i^n \text{ 7 点} = \text{Identifizieren ス}$
レバ

$$F(S^m \times t) \subset S^n$$

$$F(S^m \times 0) = f(S^m) \subset S^n$$

$$F(S^m \times 1) = f'(S^m) = \text{Konst.}$$

従ツテ $f(S^m) \cap C_i^n = \text{テ } \pi^m(S^m)$ ノ 0 元デナクテハ

ナラナイ。即チ $f = 0 \in \mathcal{M}^m(\tilde{K}^n)$ ナラバ

$$f \rightarrow (0, 0, \dots, 0)$$

以上ニヨツテ

$$\mathcal{M}^m(\tilde{K}^n) \rightarrow (\pi^m(S^n), \dots, \pi^m(S^n))$$

$\overset{\text{ } \overline{\alpha}_n \text{ 個}}{\text{---}}$

ナル對應ハ isomorph.

$m=n$ ナラバ $\pi^n(S^n)$ ハ 整数群デカラ $\mathcal{M}^n(\tilde{K}^n)$

ハ Modul = ナル筈。

定理 2 / 証明:

K_2^n 單純連結デアルカラ之ヲ Zellenzerlegung シ

α_n 個, $Zelle = \alpha_n$ 個.

$$C_1^n, \dots, C_{\alpha_n}^n$$

然らば $u^n(K^n)$ は α_n 個の Basis を持つ
modul $C_f(\alpha_n)$ の部分群 = isomorph である。此
の Isomorphismus k ,
即ち $k(u^n(K^n)) \subset C_f(\alpha_n)$.

K^{n-1} の $(n-1)$ -Homotopiegruppe $\pi^{n-1}(K^{n-1})$
の元 λ は K^n で λ homotop 0 である。この部分群
 $\lambda^{n-1}(K^{n-1})$ は $C_f(\alpha_n) - k(u^n(K^n))$
= isomorph auf = Abbilden である。

i) $\lambda^{n-1}(K^{n-1})$ は $C_f(\alpha_n)$ mod. $k(u^n(K^n))$
= homomorph = 対応する。

証明は Mannigfaltigkeit の場合と同様。本
誌第 191 号。談話 828. p.623.

ii) homomorph auf である。

iii) isomorph である。

K^n は、従って K^{n-1} ($n \geq 3$) は単純連結である。従って
 K^{n-1} は $(n-1)$ -simple である。然らば Mannig-
faltigkeit = 於ける同様な定理と殆んど方針は変らず
である。本誌第 189 号。談話 818. p.530.

然らば K^n は於ける n -Betti 群の係数群として
($\lambda^{n-1}(K^{n-1}), C_f(\alpha_n)$) であるアーベル群である。此の場合
= $\tau_0 + \text{Zyklus } Z^n$ の存在の場合の証明は
Mannigfaltigkeit の場合と同様。本誌第 191 号。

談話 828, p. 626.

$K_1^n = Z_1^n$ が存在し, 証明方法がラナル様 = Abbildung $f: Z_1^n \rightarrow K_2^n$ が wesentlich n = 移ルノタカラ
又 $K_2^n = \text{ト } 0 + \text{Zyklus } Z_2^n$ が存在し

$$f(Z_1^n) = Z_2^n$$

定理 3 / 証明

$f: K_1^n \rightarrow K_2^n$ wesentlich n .

K_2^n , universelle Überlagerungsraum

$\tilde{K}_2^n$ トスレバ Abbildung $g(\tilde{K}_2^n) = K_2^n$.

K_1^n 單純連結デアルカラ

$$\tilde{f}(K_1^n) \subset \tilde{K}_2^n$$

デアツテ, 且ツ $g\tilde{f} = f$

ナル如キ Abbildung $\tilde{f}$ が作レル. (証略)

$\tilde{f}$ ハ又 wesentlich n .

定理 2. ヲリ $\tilde{K}_2^n = \text{Zyklus } \tilde{Z}_2^n$ が存在ス. 之

ハ $g = \text{ヨツテ}$ wesentlich n デアルカラ

$$g(\tilde{Z}_2^n) = Z_2^n \subset K_2^n$$

定理 4 / 証明.

$f: S^m \rightarrow K^n$. wesentlich n .

K^n ノ一点 p ノ原像 $f^{-1}(p)$ 7 zusammenhängend
ノ部分 = 分ツ. 即チ

$$f^{-1}(p) = A_1 + \dots + A_p.$$

S^m デコノ A_i 7 一点 = Identifizieren スル.

K^n ノ凡テノ点ノ原像 = ツキ之レヲ行ヘバ結局一ツノ

n -Komplex K^n フ得ル。作り方カ K^n ハ單純連結デアル。

即チ f ハニツノ Abbildung = 分解出来タ。

$$S^m \xrightarrow{g} K_1^n \xrightarrow{f_1} K^n,$$

$$f = f_1 g.$$

サテ f wesentlich n ナラバ f_1 ハ wesentlich n デアル。ソウデナイナラバ f_1 ト等シイ Klasse f'_1 デ

$$f'_1(K_1^n) \subset K^{n-1}$$

然ラバ $f'_1 g$ ハ f ト等シイ Klasse デアツテ而セ wesentlich n デナクナル。假定 = 矛盾。

然ラバ定理 3 カラ K^n 及ビ $K^n = n$ -Zyklus Z^n , Z^n が存在シ

$$f_1(Z^n) = Z^n$$

定理 5 の証明

$K^n = \text{Zyklus } Z^n$ が存在スレバ wesentlich n in sich ハ明ラカデアル。今 n -Zyklus が存在シタイトスレバ

$$f: K^n \rightarrow K^n \text{ (Identität)}$$

ナル Abbildung ハ wesentlich n デアル。

今 $\pi^{n-1}(K^{n-1})$ ノウチ K^n デハ homotop 0 ナル奴ハ部分群 $\lambda^{n-1}(K^{n-1})$ フ作ル。

K^n デ係数群ヲ $\lambda^{n-1}(K^{n-1})$ デアル Überdeckungヲトツテ行クノデアルカ方針ハ Mannigfaltigkeit ノ場合ト変ハラナイ。(本誌第 191 号. 談話 828.)

P. 624)

定理4 = ヨツテ $u^n(K^n) = 0$. 故 $\circ$ K^n , Zellen
zerlegung.

$$C_1^n, \dots, C_{\alpha_n}^n$$

ヲ作り

$$\lambda^{n+1}(K^{n+1}) \longrightarrow C_f(\alpha_n)$$

ナル對應ハ Isomomorph auf $\mathbb{Z}$ アル。從ツテ今度ハ
überdeckung, 係数群ハ唯一ツノ群 $\lambda^{n+1}(K^{n+1})$
ヲ宜シイ。

定理6ノ証明

$$f: S^n \longrightarrow M^n: \text{grad } 1.$$

Hopfノ定理ニヨリ M^n ノベッチ数 p^i ($i = 1, 2, \dots, n-1$)ハ0 $\mathbb{Z}$ アル。又 Grad 1カラ Torsion
 t^i ($i = 1, 2, \dots, n-1$)ハ存在シナイ。

故 $\circ$ M^n ガ單純連結ナラバ M^n ハ Sphäreト
Homotopietypusヲ等シクス π 。(Hurewicz).

今 M^n 單純連結デナイトスレバ、ソノ universelle
überlagerungskomplex $\tilde{M}^n$ ヲ作レバ

$$g(\tilde{M}^n) = M^n$$

Abbildung g ニ於ケル Abbildungsgrad
 p ハ有限、何トナレバ $\tilde{M}^n$ ハ Sphäre カラ wesentlich
auf, Abbildung $\tilde{f}$ ガ存在スルカラ
geschlossen.

$$\tilde{f}: S^n \longrightarrow \tilde{M}^n.$$

$$f = g\hat{f}$$

$\hat{f}$ = 於ける Abbildungsgrad m と n の
Abbildung f の Grad の
 mp .

$$mp = 1 \quad \text{カラ} \quad p = 1$$

即ち M^n は 單純連結である。