



Title	Hilbert space ニ於ケル一定理
Author(s)	中野, 秀五郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1940, 192, p. 39-42
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74766
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

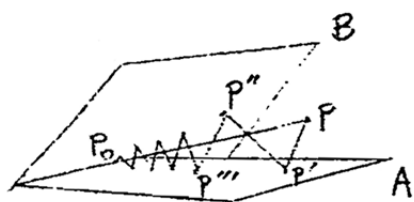
The University of Osaka

836. Hilbert space = 於ケル一定理

中野 喬五郎 (東大)

三次元空間ニテ今ニ平面 A, B アリテ、其ノ交線ヲル
スル。 P ヲ E ノ空間内ノ任意ノ点トスレバ、 P ヨリ先ヅ A へ

1 正射影 P' を求め、 P' より B へ 1 正射影 P'' 、次に P'' より B へ 正射影 P''' と、以下この如く
 = 続けれ トキハ、 $P^{(n)}$ は P より
 B へ 1 正射影 P_0 = 収斂スル。此の
 如キコトが一般 Hilbert space
 = テモ云ハレル。



M, N は Hilbert space 内 1 = ツ 1 closed
 linear manifolds トスル。又 M, N の共通部
 分即チ $Durchschnitt$ は $M \cap N$ = テ表ハスコトトス
 レバ、コレモ亦 closed linear manifold ナル
 コトハ明カナリ。

次に M, N 及ビ $M \cap N$ = 對スル Projections を
 夫々 $P_M, P_N, P_{M \cap N}$ = テ表ハスコトトスレバ、次に定
 理成立ス。

定理. $P_{M \cap N} = \lim_{n \rightarrow \infty} (P_M P_N)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} (P_N P_M)^n$

証明. $H = P_N P_M P_N$. ト置ケバ、 H の明カ =
 bounded Hermitian ナル。然カモ、任意の
 element $f = \checkmark$

$$(Hf, f) = (P_N P_M P_N f, f) = \|P_M P_N f\|^2 \geq 0 \\
 \|Hf\| \leq \|f\|$$

ナルヲ以テ、 H の spectralization は

$$H = \int_0^1 \lambda dE(\lambda)$$

トル形 = テ 與ヘラレル。故 =

$$H^n = \int_0^{\cdot} \lambda^n dE(\lambda)$$

從ツテ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} H^n = E(L)$$

$E(L)$ ハ $Hf = f$ トル 綫 $f \in H$ 上 H 上 closed linear manifold, Projection あり。然ルニ $Hf = f$ トル f ハ $P_n P_m P_n f = f$ 。從ツテ

$$\|P_n P_m P_n f\| = \|P_m P_n f\| = \|P_n f\| = \|f\|$$

トトルヲ以テ

$$P_n P_m P_n f = P_m P_n f = P_n f = f$$

即チ $P_n f = P_m f = f$ トルガ如キ f あり。故ニ

$$E(L) = P_m H$$

あり。從ツテ

$$P_m H = \lim_{n \rightarrow \infty} H^n = \lim_{n \rightarrow \infty} P_n (P_m P_n)^n$$

$$P_m H = P_m P_m H = \lim_{n \rightarrow \infty} (P_m P_n)^{n+1}$$

同様ニ

$$P_m H = \lim_{n \rightarrow \infty} (P_n P_m)^{n+1}$$

ヲ得ル。

以上ノ如ク H ノ spectralization ヲ用アルトキハ
簡單ニ証明サレルモ、spectralization ヲ用ヒザル
elementary ナ証明ハ未ダ私ニハ得ラレテナイ。

何ント elementary = 証明出来 + イエ / カシラ?

証明: 第190号 "Covering theorem = 就テ"
内ノ補定理、有界点集合 A アリテ、其ノ各点 = 其ノ各点ヲ含
ム 正方形が ----- ノ所ヲ含ム ヲ中心トスル = 変ヘル。若シ
此処ヲ ϵ ノマニ單ニ 含ム トスレバ、三倍ヲ $(3 + \epsilon)$ 倍ト置
換ヘレバ可ナリ。此処 = ϵ ノ任意ノ正数トス。