



Title	中野氏ノ談話ニツイテ
Author(s)	角谷, 静夫
Citation	全国紙上数学談話会. 1940, 192, p. 42-44
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74767
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

837. 中野氏ノ談話ニツイテ

角 谷 静 夫 (阪大)

P, Q ヲ Hilbert space H ノ任意ノ二ツノ
 Projection トスルトキ (必ズ $\exists R \in PQ = QP$ デタイトス
 ル) $\lim_{n \rightarrow \infty} (PQ)^n = R$ ガ strongly = 存在シテ、シカモ
 R ガ P 及ビ Q ノ定メル manifold M_P, M_Q ノ共通部
 分 $M_P \cdot M_Q = M_R$ へノ projection = ナツテキルコト
 ヲ中野氏ガ証明サレタ。中野氏ハコノ定理ヲ hermitian
 operator = 因スル spectral representation
 ヲ使ツテ証明サレタ。本談話ニ於テハ spectral repre-
 sentation ヲ使ハナイ証明ヲ與ヘヨウ。

先ヅ最初 = $M_P \cdot M_Q = 0$ ナル場合 = $(PQ)^n \rightarrow 0$ (strong-
 ly) トナルコトヲ証明スレバ十分ナルコトニ注意スル。

コレヲ示スル $\times = m_P \cdot m_Q = m_R$ トオキ $m_R \wedge /$ projection ヲ R トスレバ $RP = PR = RQ = QR = R^2 = R$ デアル。ヨツテ $(PQ)^n = (R + (PQ - R))^n = (R + (P-R)(Q-R))^n = R + ((P-R)(Q-R))^n$

然ル $= m_{P-R} \cdot m_{Q-R} = 0 + \epsilon$ 故 $((P-R)(Q-R))^n \rightarrow 0$ (strongly) $=$ ヨツテ $(PQ)^n \rightarrow R$ (strongly).

$\times = m_P \cdot m_Q = 0 + \epsilon$ トオキ $(PQ)^n \rightarrow 0$ (strongly) トナルコトヲ証明シヨウ。任意ノ $x \in l_y =$ 対シテ $(PQ)^n x = x_n$, $Q(PQ)^n x \equiv Qx_n = x'_n$ トオク。

$\|x_n\| \geq \|x'_n\| \geq \|x_{n+1}\|$ デアル。先ツ $x_n \rightarrow 0$ (weakly) ナルコトヲ証明スル。 l_y ハ locally weakly compact デアルカラ、コレヲ示ス $=$ ハ任意ノ $\{x_n\}$ ノ部分列 $\{x_{n_\nu}\}$ が弱収斂シタトキソノ極限 $\bar{x}$ が 0 以外デハアリ得ヌコトヲ示セバヨイ。然ル $= x_{n_\nu} \rightarrow \bar{x}$ (weakly)

$$\begin{aligned} \text{ナラバ } x_{n_\nu+1} &= PQ x_{n_\nu} \rightarrow PQ \bar{x} \text{ (weakly)} = \tau \\ \text{且ツ } \|x_{n_\nu} - x_{n_\nu+1}\|^2 &\leq (\|x_{n_\nu} - x'_{n_\nu}\| + \|x'_{n_\nu} - x_{n_\nu+1}\|)^2 \\ &\leq 2(\|x_{n_\nu} - x'_{n_\nu}\|^2 + \|x'_{n_\nu} - x_{n_\nu+1}\|^2) \\ &= 2(\|x_{n_\nu}\|^2 - \|x'_{n_\nu}\|^2 + \|x'_{n_\nu}\|^2 - \|x_{n_\nu+1}\|^2) \\ &= 2(\|x_{n_\nu}\|^2 - \|x_{n_\nu+1}\|^2) \rightarrow 0 \end{aligned}$$

デアルカラ $PQ \bar{x} = \bar{x}$ デナケレバナラヌ。コレヨリ $P \bar{x} = Q \bar{x} = \bar{x}$ ヲ得ルカラ $\bar{x} = 0$ デナケレバナラヌ。

コレデ $x_n \rightarrow 0$ (weakly) トナルコトが証明出来。

4. $x_n \rightarrow 0$ (strongly) トナルコトハ

$$\begin{aligned}\|x_n\|^2 &= ((PQ)^n x, (PQ)^n x) = (x, (QP)^n (PQ)^n x) \\ &= (x, Q(PQ)^{2n-1} x) = (x, x'_{2n-1}) \rightarrow 0\end{aligned}$$

トナルコトヨリワカル。

コレデ定理ノ証明が終ル。同様ニシテ更ニ任意ノ有限個ノ projection $P_1, P_2, \dots, P_k$ 対シテ $(P_1 P_2 \dots P_k)^n \rightarrow R$ (weakly) (R ハ $m_{P_1} \cdot m_{P_2} \dots m_{P_k} \equiv m_R$ へノ projection) トナルコトガワカル。シカシコレが強収斂デオキカヘラレルカドウカハ分カワカラナイ。