OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Komplex ノ連續変換ト Überlagerung
Author(s)	小松, 醇郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1940, 193, p. 59-64
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74773
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

843. Komplex の連續変換と Überlagerung

小松　醇郎（阪大）

定理 1.　K_1 から K_2 への連続変換 f, その際基本群 $\mathfrak{f}$,

が $\mathcal{F}_2$ ノ中ヘ写像サレル. $f(\mathcal{F}_1) \subset \mathcal{F}_2$. 然ラバ $f(\mathcal{F}_1)$ ヲ基本群ニ持ツ überlagerungs komplex $\overline{K}_2$ トスルトキ K_1 カラ $\overline{K}_2$ ヘ連続変換 $\overline{f}$ が次ノ如ク得ラレル。

$$u_2 \overline{f} = f. \qquad \text{punktweise}$$

茲ニ u_2 ハ $\overline{K}_2 \longrightarrow K_2$ ナル überlagern スル連続変換デアル。$\overline{f}$ デハ基本群 $\mathcal{F}_1$ ガ $\overline{K}_2$ ノ基本群 $f(\mathcal{F}_1)$ ヘ homomorph auf = abbilden サレル。

定理 2. $f: K_1 \longrightarrow K_2$, $f(\mathcal{F}_1) = \mathcal{F}_2$

此ノ Homomorphismus ノ Kern $\mathcal{F}'$ トスレバ $\mathcal{F}'$ ハ $\mathcal{F}_1$ ノ部分群. コノ $\mathcal{F}'$ ヲ基本群ニ持ツ überlagerungs komplex $\overline{K}_1$, K_2 ノ universelle überlagerungs komplex $\overline{K}_2$ トスレバ $\overline{K}_1 \longrightarrow \overline{K}_2$ ナル連続変換 $\overline{f}$ が次ノ如クトレル。

$$u_2 \overline{f} = f u_1. \qquad \text{Punkt weise}$$

茲ニ u_i $(i = 1, 2)$ ハ $\overline{K}_i \longrightarrow K_i$ ナル überlagern スル連続変換デアル.

定理3. $f: K_1 \longrightarrow K_2$, $f(\mathcal{F}_1) \subset \mathcal{F}_2$.

此ノ Homomorphismus ノ Kern $\mathcal{F}'$ トス. $\mathcal{F}'$ ヲ基本群ニ持ツ Komplex $\overline{K}_1$, K_2 ノ universelle überlagerungs komplex $\overline{K}_2$ トスレバ $\overline{K}_1 \longrightarrow \overline{K}_2$ ナル連続変換 $\overline{f}$ が次ノ如クトレル。

$$u_2 \overline{f} = f u_1. \qquad \text{Punkt weise.}$$

茲ニ u_i ハ $\overline{K}_i \longrightarrow K_i$ ナル überlagern スル連続変換デアル。

定理4. $f: K_1 \longrightarrow K_2$. K_i ノ universelle überlagerungskomplex $\overline{K}_i$ トスレバ $\overline{K}_1 \to \overline{K}_2$ ナル連続変換 $\overline{f}$ が次ノ如クトレル。

$$u_2\overline{f} = f u_1, \qquad \text{Punkt weise}$$

茲ニ u_i ハ $\overline{K_i} \longrightarrow K_i$ ナル überlagern スル abbildung デアル。

以上ノ定理ハ分ツテ居ルカ居ナイカ、当然分ツテ居ルベキ性質ノモノデハアルガ未ダ見タコトガナイノデ書イテ置キマス。定理3ハ1,2ノ結合、定理4ハ定理3カラ始ンド容易ニ出ラ来ルコトデス。

定理1ノ証明

$x \in K_1$, $y = f(x) \in K_2$. 又 $y = u_2(y_1)$ ナル $\overline{K}_2$ ノ一点 y_1. $y_1 \longrightarrow y$ ナル abbildung. u_2 ハ im Kleinen homeomorph デアルカラ

$$f: x \longrightarrow y$$
$$\overline{f}: x \longrightarrow y_1$$

ナル $\overline{f}$ ハ x ノ適当ナ近傍 $V(x)$ マデ拡張出来ル。$V(x)$ デハ $u_2\overline{f} = f$. $x_1 \in V(x)$ トシ x_1 ノ適当ナ近傍 $V(x_1)$ デハ又 $\overline{f}$ ガ定義サレ、ソコデハ $u_2\overline{f} = f$. 容易ニ分ルヤウニ $V(x_1)$ ハ $V(x)$ 以外ノ点ヲ含ムヤウニ出来ル。

斯様ニ $\overline{f}$ ノ定義領域ヲ fortsetzen シテ行ク

トキ K_1 全体ニ拡ゲラレル。若シ fortsetzen 出来ナイ limit ノ点ガ出テ来タトスレバ，ソレハイケナイ。

$$x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n, \cdots\cdots \longrightarrow x' \quad in\ K_1$$

$$f(x_1), f(x_2), \cdots\cdots f(x_n), \cdots \longrightarrow f(x') \quad in\ K_2$$

$$\bar{f}(x_1), \bar{f}(x_2), \cdots\cdots, \bar{f}(x_n), \cdots\cdots. \quad in\ \overline{K_2}$$

且ツ $u_2 \bar{f}(x_i) = f(x_i)$.

$\overline{K_2}$ ハ unverzweigt, unbegrenzt + über-lagerung ダカラ $\bar{f}(x_i)$ ノ limit デ $f(x')$ ヲ Spur ニ持ツ点ガ唯一ツ存在スル。ソレヲ $\bar{f}(x')$ トスレバ $\bar{f}(x')$ ト $f(x')$ トハ im Kleinen homeomorph.

又 $\bar{f}$ ナル Abbildung ハ eindeutig デアル。上ノ擴張デ K_1 ノ閉道 w ニ沿ツテ元ノ点 x ニ戻ツテ来タトキ假定ニヨツテ K_2 デハ閉道 $f(w)$ ニ沿ツテ $y = f(x)$ ニ戻ル。über lagerung $\overline{K_2}$ デハ $f(w)$ ニハ閉道ガ對應スル。即チ

$$u_2(\overline{w_1}) = f(w).$$

從ツテ $\bar{f}$ ノ fortsetzung ハ閉道 $\overline{w_1}$ ニ沿ツテ元ノ点 $\bar{f}(x) = y_1$ ニ戻ル。

定理2ノ証明

$\overline{K_1} \xrightarrow{u_1} K_1 \xrightarrow{f} K_2$，今 $F = fu_1$ ト置ケバ F ナル連続変換デハ基本群 $\mathfrak{F}' \longrightarrow 0$. 即チ $F(\mathfrak{F}') = 0$ 從ツテ定理1ニ依ツテ F ハ K_2 ノ universelle über lagerungskomplex $\overline{K_2}$ ヘノ連続変換 $\overline{F}$ ヲ

與ヘル. 即チ

$$u_2 \overline{F} = F.$$

$\overline{F}$ ヲ $\overline{f}$ トシ, F ハ fu_1 デアルカラ

$$u_2 \overline{f} = fu_1$$

$w \in \mathfrak{F}$, $w \overline{\in} \mathfrak{F}'$ トシ $x \in K_1$, $u_1(x_1) = x$ トシ x_1 カラ w ニ沿ツテ違スル点 (in $\overline{K}_1$) ヲ (x_1, w) トスレバ $\overline{F}$ ナル Abbildung デ

$$x_1 \longrightarrow \overline{F}(x_1) = y_1, \quad u_2(y_1) = y = f(x)$$

$$(x_1, w) \longrightarrow \overline{F}(x_1, w) = (y_1, f(w))$$

デアル。

以上ノ定理ニ於ケル Abbildung $\overline{f}$ ハ f が wesentlich ナラバ $\overline{f}$ モ wesentlich ニ. 逆モ成立スル.

K_2 が Mannigfaltigkeit M^n デ f が wesentlich auf, 然モ $f(\mathfrak{F}_1) \subset \mathfrak{F}_2$ ナラバ適當ナ über-lagerungs-Mannigfaltigkeit $\overline{M}^n$ ニ對シ $\overline{f}: K_1 \to \overline{M}^n$ が作レ、ソノ際基本群ハ homomorph auf ニ移ル。

此ノ関係ヲ使フナラバ次ノ定理が言ヘル。

定理. Komplex K^n が Mannigfaltigkeit M^n = wesentlich auf = abbilden サレレバ K^n = Zyklus Z^n が存在スル。

本誌第191号談話828. 定理ノデハ或ル Überdeckung ニ関シテ Z^n が存在スルヲ証明シタノデアルガ

ヒレト Mannigfaltigkeit ノ Überdeckung 及ビ Überdeckung ノ Abbildung ニ就テノ結果（本誌第190号、談話824）ヲ使ヘバ宜シイ。

然シ非常ニ持ッテ回ッテ漸ク証明シタコトニナルノデモット直接的ナ簡単ナ証明ガ出来ネバ甚ダ心持ガ悪イ。