



Title	リー環ノ左右正規表現ニツイテノー注意
Author(s)	中山, 正
Citation	全国紙上数学談話会. 1940, 199, p. 251-255
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74798
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

868. リー環ノ左右正規表現ニツイテノ
注意

中山 正(阪大)

先月ノ東京ノ談話會ニ於ケル正田先生ノ御話ニノ中ニ
次ノ當然豫期サルベキ、然レ考ヘテ見ルト却テ含蓄ノア
ル面白い一定理ガ挿入サレテアツタ様ニ伺ツテ居リマス：
アル一次変換群ガソノ変数ノ一部分ニミ関連スルヤウナ
*invariant*ヲ持テバソレハ可約ナル。| χ |_Jシ標數
0)。

証明ハ容易デ *polarization* デ *multilinear*
 + ホシタ 后 (其ノ 後ハ 實ハ 標数ハ カマハス) ハ 結局 次々
 次ノ コト = 帰着 サレル ワケ デ ス。 A_a, B_a デ ヲ ゴク (3)
 ト (7) ノ 双一次形式 テ *invariant* ノ モノ ガ アル タ λ
 $= \lambda$ 、即チ $A_a \times B_a$ ナル 積表現ガ 1 ナル 第一成分ヲ モツ
 $\lambda \times = \lambda$ 、 A_a ト $(B'_a)^{-1} = B_a^*$ ヲ *intertwine* スル 行列
 スナハチ $A_a G = G B_a^*$ ヲ ミタ ス G ガ アル コト ト 同ジ デ ア
 ル。(書イテ 見レバ 一目 明瞭ナコト)。同様ノコトハ *Lie*
 環ノ表現 = ツイテ モイヘル。即チ、アル *Lie* 環ノ表現
 $A_a, B_a = \text{ヨツテ ヲ ゴク (3), (7)}$ ノ 双二次形式 $G(\xi, \eta)$
 ガ *invariant* ナコト。即チ $A_a \times E_1 + E_2 \times B_a$ (タ
 ヅシ E_1, E_2 ハ B_a, A_a ト 同ジ 次数ノ 単位行列) ガ 0 表
 現ヲ 第一成分 = モツ コトガ、 A_a ト $-B'_a = B_a^*$ ガ G デ
intertwine サレル コト ト 同ジ デ ア ル。(コレヲノ 事ハ
 R. Branner = ヲツテ 巧ミ = 利用 サレタ。例ヘバ 吉田氏
 リハ 環論 §16 参照)。

シカルニ、コノ *Lie* 環ノ 場合、 B_a ガ アル Ideal ヲ
左表現加群 ト 考ヘタ トキ = 與ヘラレル 表現 + ラバ B_a^* ハ 同
 ジ Ideal ヲ 右表現加群 ト 見タ トキノ 表現 = 他ナラナ
 イ。ヨツテ、アル Ideal ヲ 左, 右表現加群ト 見タ トキノ
 表現ガ 同値デ 而シテ G ナル 行列デ 変換 サレル タ $\lambda = \lambda$ 、ソ
 ノ Ideal 1 元 = depend スル non-singular
 ナ 双一次形式 $G(x, y)$ デ *invariant* ナ モノ ガ アル
 コトガ 必要且ツ 充分デ アル コト = ナリ マス。コニ = $G(x,$

$y)$ が invariant トハ $G(x \circ a, y) + G(x, y \circ a) = 0$ (任意 a に対シテ) ノコトデアアル。(タジシ $G(x, y)$ ハ x, y ノ 坐標 = ツイテノ行列 G ノ双二次形式ノ形 = カイタモノトスル)

例ヘバ Lie 環ノ 左右ノ正規表現 が同値デアアルタメノアル意味ノ Criterion ナドモ得ラレタウケデアアル。タジシ Criterion ト云フベク念 = trivial + 云ヒ換ヘ = スギ + イデセウ。シカモウシモ目新ラシイコトデアアリマセンガ、タジコノ事ハ 陰 = 陽 = discriminant が左右正規表現ヲ intertwine (用ヒラレレノハ Transform ノ場合) スルト云フヤウナ形デ Lie 環ノ表現論、特ニ Casimir 行列ノトコロナド = 出テクルコトデスガ、ドウモ結局 discriminant ノ場合ヲヤルト云フワケカラ デモアリマセウカ、ハジメカラ二次形式 $G(x, x) = 0$ ギツテアルノガ氣 = ナツテ念ノタメ書イタマデアス。ナホ Casimir 行列モ (アノ級テノ表現行列ト可換デアアルトイフ云ハ、形式的ノ所ハ) 勿論二次形式、シタガツテ對称行列シカモ non-singular + モノカラ出発スル必要ハナク 左右正規表現ヲ intertwine スル任意ノ行列 $G = (g_{ik}) =$ 對シテ $C = \sum_{i,k} g_{ik} A(a_i) A(a_k)$ ナル行列が任意ノ表現行列 $A(a)$ ト可換デアアルコトハ直チニ知ラレル。

Lie 環デナイ普通ノ多元環ノ場合、左右正規表現ノ同値 + 多元環 (Frobeniusian algebra)

ニツイテハ 割 = 面白イ性質が出ヌノデシタガ、ソレハ左右
 正規表現ヲ Transform スル non-singular +
 行列ノ存在カラ 直チニ出ル。スナハチ 表現論的 + 意義
 ヲモツ左右 Ideal lattices ノ逆同型ノ他ニ更ニ
 annihilation = ヨル。スナハチ 云ハバ環論的 +
 Ideal lattices ノ逆同型ガアルカラデシタ。シカル
 = Lie 環ノ場合ニモ第一ノ表現論的ノ Ideal lattice
 ノ逆(自己)同型ハ明カデス。ソレ以外ドウモ目星シイ性質
 モ見當ラナイノデスガ!? (ナホ普通ノ多元環ノ構造論
 ニハ何モハジメノ表現論的逆同型ハ有用ニツカハレテキマ
 センガ(ソレハ annihilation ノ方が便利), Lie 環
 ノ場合ニハ semi-simple ノ Simple ノ直和ニワケ
 ルトコロデソレノ非常ニ特殊ナ場合ガ顔ヲ出シテキルワケ
 ダト思ヒマス)。

次ニ、上ニ双一次形式デヨイノ二次形式ニスルノハ
 ナドト云ヒマシタガ、ソレナラバ實際左右正規表現ヲ
 Transform スル 對称デナイ non-singular + 行
 列ハ存在スルケレドモ、對称ナ non-singular + モ
 ノハ存在シナイ。トイフ様ナ例ハアルデセウカ?(勿論無
 クトモ双一次形式デマッテオイタ方がヨイコトハ明カデスガ、
 シカシ意味ハ少イワケデスカラ)。ドウモソウシタ例ハ目下
 持チ合セナイノデスガ、サリトテ對称デナイノデアレバ對称
 ノデモアルトイフコトガ想像サレルトイフノデモナク、トモ
 カク、コレラノ爲デ御教示ヲ願ヘレバト思フ次第デス。

モトモト左右正規表現が同値な *semi-simple* な
+イ *Lie* 環ノ例ヲ色々ツクルコトが或意味デ面倒デス。
次ノ方法ナド 対称行列デ *transform* される場合デス
が何か=便利ナコトモ +イデセウカ:

$\mathcal{O}$ 7 *associative algebra* 7 *symmetric*
(*Brane-Hesbitt*ノ意味デ) +モノトスル。シカ
ラバ、ソレ7 *Lie* 環ト考ヘテモヤハリ同じ対称行列デ
transform される。更ニ $\mathcal{O}$ ノ中ノ *non-singular*
+ *symmetric* + *hyperplane* H が 1 7
7クマヌ+ラバ H 7 *Lie* 環ト考ヘタトキ (H ハスベテノ
*commutator*ヲ含ムコト=注意)。ヤハリコレが左右
正規表現が対称行列デ *transform* されるモノニナル。
証明ハ イッレモ殆ンド自明。