



Title	P. Levy ノ定理ノ証明ニ関シテノ一注意
Author(s)	國澤, 清典
Citation	全国紙上数学談話会. 1940, 207, p. 465-466
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74826
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

896. P. Levy の定理の証明 = 関して / 一 注意

國澤 清 典 (阪大)

P. Levy の定理トココデ云フノハ、確率論ノ基本定理トシテ知ラレタキル。

「確率法則 $F_n(x)$ ノ系列ガ真ヘラレタトキ、各法則 $F_n(x)$ = 對應スル特性函数 $\varphi_n(t)$ ガ函数 $\varphi(t)$ = 收斂シ且ツ收斂ガ原点ノ近傍デ一様ナラバ、 $\varphi(t)$ ハ或ル法則ノ特性函数デアリ $F_n(x)$ ハ $F(x)$ = 法則收斂スル」ノコトデアル。⁽¹⁾

コノ定理ノ証明ハ P. Levy 及ビ J. Cramer ノ書物ニ夫々ノ証明ガノツラキル。此処デハソレヲヨリモ理解易イ証明法ヲ得タノヲ報告シマス。

証明ノ本質的ナ所ハ $F_n(x)$ ノ系列カラ $F'(x)$ = 法則收斂スル部分系列 $\{F_{n_i}(x)\}$ ヲ選ンダトキ、 $F'(x)$, total variation 即チ

$$F'(\infty) - F'(-\infty)$$

ガ 1 = 等シクナルトイフ所デアル。此レヲ次ノ様ニ考ヘル。

$$\Re(1 - \varphi_{n_i}(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} (1 - \cos tx) dF_{n_i}(x)$$

($\Re(1 - \varphi_{n_i}(t))$ ハ $1 - \varphi_{n_i}(t)$, real part ヲ示ス)

(1) 此ノ逆モ成立ツ。然レ迄ノ方ハ J. Kelly ノ撰擇定理ヲ容易ニ証明サレル。

$$\frac{T}{2} \int_0^{\frac{2}{T}} \mathcal{R}(1 - \varphi_{n_i}(t)) dt \geq \frac{T}{2} \int_{|x| \geq T} dF_{n_i}(x) \int_0^{\frac{2}{T}} (1 - \cos tx) dt$$

$$\frac{T}{2} \int_0^{\frac{2}{T}} \mathcal{R}(1 - \varphi_{n_i}(t)) dt \geq \int_{|x| \geq T} \left(1 - \frac{\sin \frac{2x}{T}}{\frac{2x}{T}}\right) dF_{n_i}(x)$$

$$\frac{T}{2} \int_0^{\frac{2}{T}} \mathcal{R}(1 - \varphi_{n_i}(t)) dt \geq \frac{1}{2} \int_{|x| \geq T} dF_{n_i}(x)$$

然ル $\varphi_{n_i}(t)$ ハ原点ノ近傍デ一様ニ $\varphi(t)$ ニ収斂ス

ル故ニ任意ノ $\delta > 0$ ニ對シテ $n_i > N(\delta)$ ナルスベテノ

n_i ニツキ

$$\delta + \frac{T}{2} \int_0^{\frac{2}{T}} \mathcal{R}(1 - \varphi(t)) dt \geq \frac{1}{2} \int_{|x| \geq T} dF_{n_i}(x)$$

次ニ $\varphi(t)$ ノ連続ナルコトヨリ任意ノ $\varepsilon > 0$ ニ對シテ $T \geq T'(\varepsilon)$

ナル $T'(\varepsilon)$ ヲ選ブト

$$\mathcal{R}(1 - \varphi(t)) < \varepsilon \quad t \in [0, \frac{2}{T}]$$

依ツテ

$$\delta + \varepsilon \geq \frac{1}{2} \int_{|x| \geq T} dF_{n_i}(x)$$

今 T ト $-T$ ヲ $F'(x)$ ノ連続点ニ選ンデ置ケバ

$$1 - (F'(T) - F'(-T)) \leq \delta + \varepsilon$$

$\delta + \varepsilon$ ハ任意ナル故ニ此レハ $F'(\infty) - F'(-\infty) = 1$ ナルコ

トヲ示ス。

以上