



Title	Teichmüller : 小林ノ定理ニツイテ
Author(s)	吉田, 徳之助
Citation	全国紙上数学談話会. 1941, 208, p. 4-7
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74830
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

900. Teichmüller-小林ノ定理ニツイテ

吉田 徳之助(東京高師)

茲ニ w -平面上ノ三點 $w=1, e^{\frac{2}{3}\pi i}, e^{\frac{4}{3}\pi i}$ ノ上ニ對
 數分岐點ノミヲ有シ母數函數ノリーマン面ト位相的ニ同ノ
 ルリーマン面 W ニツイテ考ヘル。 W ノ位相樹木ヲ下ト
 シ、下ノ一ツノ枝點ヲ出發點トシテ各枝ニ沿ツテ進ミ、最初
 ニアル枝點ヲ第一番ノ枝點、次ノ枝點ヲ第二番ノ枝點ト順次
 凡テノ枝點ニ番号ヲ付ケルコトニスルト第 m 番ノ枝點ノ個數
 ハ $3 \cdot 2^{m-1}$ トナル。サテ第 n 番マデノ枝點ノ凡テヲ考ヘテ

ソノうちノ相連レルニ枝点ノ間ニアル節点ノ個数ノ最大数ニ
 1ヲ加ヘタル数ヲ *Teichmüller* = 従ツテ $\psi(n)$ ナ表ス
 コトニナル。

Teichmüller ハ *Deutsche Math.* 3 = τ 級数

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\psi(n)}{n^2}$ が収斂スレバリーマン面 W ハ双曲的デアールコト

ヲ証明シタガ最近小林先生ハコレヲ著シク拡張サレ級数

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\psi(n)}{2^n}$ が収斂スレバリーマン面 W ハ双曲的デアールコト

ヲ証明サレタ。(東京文理科大学紀要1940) 今更ニコレ
 ヲ拡張シテ

4 ヨリ小ナル正数 $(4-\varepsilon)$ = 對シテ級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\psi(n)}{(4-\varepsilon)^n}$
 が収斂スレバリーマン面 W ハ双曲的デアール。

コトヲ証明シヤット思フ。

先ツ W ヲ角谷面 Σ = 寫像スル。コレハ $\frac{3}{2}$ ヨリ大
 ナラザル *Dilatations-quotient* ナ *pseudo-regular*
 = ナサレルデアール。次ニ Σ ヲ上下ニカケ伸ビ縮ミ
 セシメ第 n 番ノ枝点ト続ク第 $n+1$ 番ノ枝点トノ間ニ對應
 スル角谷面 Σ ノ部分ノ幅ガ t^n = 等シクナルヤウニナル。

茲ニ t ハ $1 < t < 2$ ナル任意ノ一定数トスル。コレハ

Dilatations-quotient ガ第 n 番ノ枝点ト続ク第 $n+1$
 番ノ枝点トノ間ニ對應スル角谷面 Σ ノ部分ニ對シテハ

$$\chi(n) = \max \left(t^n, \frac{\psi(n+1)}{t^n} \right)$$

ヨリ大ナラザル pseudo-regular ナ寫像ニテサレル。
 カクシテ出来タ面ヲ Σ' ト名付ケル。 $t > 1$ ナル條件ヲ用ヒ
 レバ Σ' ヲ角谷氏ト全ク同様ノ方法デ單位円内 $|z| < 1 =$ 一
 定數 $k(t)$ ヨリ小ナル Dilatations-quotient ヲ以テ
 pseudo-regular = 寫像シ得ル。コノ際ニハ第 n 番
 目ノ枝点以上ニ對應スル Σ' ノ部分ハ單位円内

$$\log |z| \geq \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} - 1$$

ナル部分ニ内ニ寫像サレルノデアナル。

以上ノ過程ニヨリテリーマン面 W ヲ單位内 pseudo-regular =, シカモソノ

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} - 1 &\leq \log |z| \\ &\leq \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} - 1. \end{aligned}$$

ナル部分ニハ $\frac{3}{2} \times \chi(n) \times k(t)$ ヨリ小ナル Dilatations-quotient デ寫像シ得ルコトガワカル。ソコデ Teichmüllerノ理論ヲ用ヒレバ級數

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{2} k(t) \cdot \chi(n) \cdot \frac{1}{2^n} \right)$$

ガ收斂スレバリーマン面 W ハ双曲的ナリト言ヒ得ル。コノデ

$$\frac{3}{2} k(t) \text{ ハ一定數, } \chi(n) = \max \left(t^n, \frac{\psi(n+1)}{t^n} \right) < t^n + \frac{\psi(n+1)}{t^n}$$

且ツ $t < 2$ ナル故級數 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{t^n}{2^n}$ ガ收斂スルコトヲ用ヒレバ上ノ級數ハ級數

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\psi(n)}{(2t)^n}$$

が収斂スルトキ収斂スルコトヲ知ル。從ツテリーマン面 W ハ双曲的ナリト言ヒ得ル。サテ t ハ $2 > t > 1$ ナル任意ノ一定數ヲアツク。從ツテ最初カラ $2t = 4 - \varepsilon$ トオケバ証明が達スル。 $4 - \varepsilon > 2$ トシテヨイコト勿論デアアル。

() 角谷氏, *Teichmüller* 理論 = 岡シテハ 夫々原著日本数学輯報 1936, *Deutsche Math.* 3. 1 Sept 6. ヲ参照シテ戴キタイ。