



Title	Calkin ノ定理ニ就イテ
Author(s)	中野, 秀五郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1941, 209, p. 46-48
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74834
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

904. Calkin の定理 = 就テ

中野 秀五郎 (東大)

此度、大阪、討論會、タメ大阪帝大へ來タ折吉田氏並ニ
三村氏ノ話デ Calkin がアメリカノ Bulletin = 次ノ定理
ヲ証明シタト報告シテアルトノコト、即チ「Hilbert space
ノ總テノ bounded operators ノ Ring $\mathcal{L}$ 内ノ両側
イデアルハ vollstetig ナ operators ノイデアルニ含
マレル。勿論 vollstetig ナ operators ノ全体ハ $\mathcal{L}$ =
テ両側イデアルヲナシテキル。」然レ何等 Topology =
言及セズ、又証明ノ方針モ書イテナイノデヨクハラストノコ
トデ、早速ヨク考ヘテ見タ所、モット sharp ナ形デ簡單
ニ証明出來ルコトガハツタ。即チ「 B ヲ vollstetig デナイ
bounded operators トスレバ

$$ABC = I$$

ナルガ如キ bounded operators A, C ガ存在スル。」

之レハ次ノ如クニシテ証明出來ル。

若シ、スベテノ element f = 對シテ

$$\|Bf\| \geq \varepsilon \|f\| \quad (\varepsilon > 0)$$

ナラバ、 $B^*B = I$ ナノデ此ノトキハ明カニ成立スル。此レ
ガ証明ノ要點デアル。

B ガ vollstetig デナケレバ、 $H = B^*B$ モ亦 voll-
stetig デナイコトハ簡單ニワカル。 H ハ bounded

Hermitian デ且ツ $(Hf, f) \geq 0$ デアルカラ

$$H = \int_0^\infty \lambda dE(\lambda)$$

ト書クコトが出来ル。今 $\varepsilon > 0$ ヲ充分小 = トレバ $E_\varepsilon = I - E(\varepsilon)$
 1 closed linear manifold M_ε 1 dimension
 ハ infinite トナル。

如何トナレバ、然ラザレバ H ハ *vollstetig* トナル
 カラデアアル。 M_ε 間デハ明カ=

$$\|Hf\| \geq \varepsilon \|f\|$$

デアアル故 = M_ε 間 = テハ H^{-1} が存在スル。今 M_ε 内 = テハ
 $Af = H^{-1}f$ M_ε = orthogonal + Element f = 對
 シテハ $Af = 0$ トスレバ A ハ *bounded operator* = シ
 テ、然カモ

$$AH = E_\varepsilon$$

トナル。 M_ε 1 complete orthonormal system $\varphi_1, \varphi_2, \dots$, 與ヘラレタ Hilbert space 1 com-
 plete orthonormal system $f_1, f_2, \dots$ トス
 レバ、 $\varphi_i = Uf_i$ = ヨリ isometric operator U ヲ得
 ル。コノ U = 對シテハ明カ=

$$U^* E_\varepsilon U = I$$

デアアル。即チ

$$(U^* A B^*) B U = I$$

= テ証明サレタ。

Calvin ノ証明ガ若シ以上ト同様トシタラ、 *vollstetig*
 デナイ B = 對シテ $ABC = I$ ナル A, C 1 存在ヲ注意シナイ

ト云フコトハ随分人ヲ喰ツタ話デアル。

此ノ *Calkin* ノ定理ハ以上ノ様ニ内容ハ貧弱デアルガ
ノ *Hilbert space* ノ此後ノ研究ニ一方向ヲ暗示シタト見
レバ大イニ意味ガアルコトヲ思フ。