OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	ふろべにうす多元環ニツイテ補足（三）［証明ノ補訂,及ビいでやる束ガ自己逆同型ナ環ニツイテ］
Author(s)	中山, 正
Citation	全国紙上数学談話会. 1941, 212, p. 99-103
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74843
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

913. ふろべにうす多元環ニツイテ補足(三)

[証明ノ補訂、及ビいでやる束が自己逆同型ナ環ニツイテ]

中山　正(阪大)

(一)ニオケル証明ノ最後ノ所が一寸不完全デシタガ、ソノ訂正ハ後ニ述ベマス。

前談話デ、F環ニ於テ、或ヒハ更ニ斜多元環ニ於テモ、ソノ正規表現ノ直既約成分ノ上下ノ次々ノ Loewy parts ノ間ニハ双対関係ガナイコトヲ述ベマシタ。従ツテ勿論ソノ左(タトヘバ)いでやる束ハ自己逆同型デハアリマセン。然シソノ逆ハ成立チマス。即チソノ左及ビ右ノいでやる束が共ニ自己逆同型ナラバ準F環デアリ、而モソノ自己逆同型ニ於テ基礎体ニ対スル階数モ dual ニナッテオルナラバF環デアリマス。

コレラノ事ハ(一)ニ述ベタ左右いでやる束ノ互ニ逆同型云々ト違ッテタガアル種ノ準F環又ハF環ヲ与ヘル充分條件ニスギズ、必要條件デハアリマセンカラ意味ハ少クマタ興味モ少イワケデスガ一應述ベテオキマス。即チ

定理　Aヲ体Fノ上ノ多元環トスル。ソノ完全可約左及ビ右いでやるノ有ス束ヲソレゾレ Λ_0, P_0 トスル、マタソノ根基Nヲフクム左及ビ右いでやる(即チ上ニ完全可約ナ左及ビ右いでやる)ノ有ス束ヲ Λ_1, P_1 トスル。若シ Λ_0 ト Λ_1 が逆同型、P_0 ト P_1 が逆同型ナラバAハ準F環デアル。

更ニモシソノ逆同型デ F ニ對スル階數モ dual ニナッテヰルナラバ A ハ F 環デアル。

証明 ハ (一) ニオケル定理ノ証明ト殆ンド並行デアルカラ繰リ返ス必要モナイト思ヒマス。[下ノ訂正ヲモ参照]

注意 (一) ニオケル (三番目ノ) 定理ノ假定ハ A_0 ト P_1 ガ、マタ P_0 ト A_1 ガ逆同型云々デアルガ、コレハマタ A_0 ト A_1 ガ、マタ P_0 ト P_1 ガ (眞ニ) 同型云々トモ云ヒ方ヘラレルコト明デアル。

ナホ、前号デ左右いでやる束ガ共ニ自己逆同型トナル F 環ノ例トシテ、群環及ビ outer forms ノ環 (dx_i ヲミナ独立ト見テ) ヲ擧ゲマシタガ、後者ヨリ更ニ一般ニ (oriented closed) manifold ノ上ノ cycle ノ環ガ F 環デアリマス。

シカモ勿論 (環トシテ) 自己逆同型デスカラ、ソノ左及ビ右ノいでやる束ハヤハリ共ニ自己逆同型ニナリマス。コレハ或ル意味デぽあんかれーノ duality ノ algebraic counter part トモ云ヘルト思ヒマス。(勿論 topological ニハ有次十基デツクラレルいでやる、縦ッテ両側いでやるノミガ意味ガアルワケデ、ソレハ代数的ニハツマラヌワケデスガ)

次ニ (一) ニオケル **証明ノ補正**、準 F 環ナルコトヲ結論スルトコロハヨカッタデスガ、更ニ階數関係カラ F 環ナルコトヲ云フ最後ノ部分ガ不充分デシタ。即チ「射影幾何」

ノ係数亜体トシテ云々シタ所ハ（假ニ0又ハ1次元ノトキハ係数亜体がキマッテ来ナイコトヲ観過スルトシテモ）、ソノ同型ハ直接ニハ単ニ抽象的ニソウデアッテ、基礎体Fニ関スル同型ハ結論サレナイワケデスカラ駄目デシタ、ソコハ次ノ様ニスベキデシタ。即チ(一)ニオケル（三番目ノ）定理ノ假定、Λ_0トP_1，及ビP_0トΛ_1が逆同型、更ニΛ_0トP_1ノ逆同型デソノ對應スル左，右いでやBノ階数がdualトスル。

ハジメノ部分カラAが準F環ナルコトハスデニ知ッテ本ル．ヨッテ根基Nノ左右annihilator $l(N)=r(N)$ヲMデ表ハス。マタ異ル既約表現ニ對應スル冪ノindexヒ，ソノ冪ノ置換ヲ$\pi(k)$トスル。即チ$E_k M = M E_{\pi(k)} = E_k M E_{\pi(k)}$．我々ノ與ヘラレタ$\Lambda_0$ト$P_1$ノ逆同型ヲσデアラハス。シカラバ

$$\sigma(M E_{\pi(k)}) = N \cup (1 - E_{\lambda(k)}) A$$

トナルコトハ(一)ニ述ベタ通リデアル。コゝニ$\lambda(k)$ハ適當ナindexデアリ、シカモ$\lambda(k)$ハマタヒノ置換デアル．更ニ

(1) $\quad f(\pi(k)) = f(\lambda(k))$

ナルコトモ(一)ニ述ベタ。

他方、$e_{k,1} A e_{k,1} / e_{k,1} N e_{k,1} = D_k$ナル亜体ヲ考ヘル．ソシテ$(D_k : F) = m(k)$トオク．シカルニ$D_k$ト$D_{\pi(k)}$トハ同型デアル。（Part I, §5，定理5参照）．ソレハタトヘバ$e_{k,1} M e_{\pi(k),1}$ノアル元

$(\neq 0)$ ヲ m トシ、シカシテ D_k ノ元 a, $D_{\pi(k)}$ ノ元 a' ガ

$$am = ma'$$

ナルトキニ互ニ對應サセレバコノ對應デ D_k ト $D_{\pi(k)}$ ガ同型ニナルコトガ容易ニワカル。ヨッテ特ニソノ階數ヲ考ヘ

(2) $\quad m(k) = m(\pi(k))$

トナル。

次ニ上ノ $\sigma(ME_{\pi(k)}) = N \cup (1 - E_{\lambda(k)})A$ カラ我々ノ假定ノ階數關係ニヨ

$$(ME_{\pi(k)} : F) = (A/(N \cup (1 - E_{\lambda(k)})A) : F)$$

トナル。然ルニコレハ

$$f(k)m(k)f(\pi(k)) = f(\lambda(k))m(\lambda(k))f(\lambda(k))$$

トナル。(1) ヲ參照シテ

(3) $\quad f(k)m(k) = f(\lambda(k))m(\lambda(k))$

トナル。

サテ、多元環 A ヲ忘レテシマヒ、單ニ $k = 1, 2, \cdots\cdots$ h ノニツノ置換 $\pi(k)$ ト $\lambda(k)$ ガアルトシ、更ニ自然數ヲ値ニモツ k ノ函數 $f(k)$ 及ビ $m(k)$ ガアリ、ソシテ(1), (2), (3) ヲ充ストスル。ソウスレバソレカラ

$$f(k) = f(\lambda(k)) = f(\pi(k))$$

(從ッテ $m(k) = m(\lambda(k)) = m(\pi(k))$) ナルコトガ單ニ *kombinatorisch* ナ議論デ出テ來ル。(例ヘバ(3)ヲ最小ニスルヤウナ k ヲ考ヘ、ソレラノ中デマタ

$m(k)$ヲ最小ニスル様ナkヲトッテ云々スル）

ヨッテ多元環Aニモドッテ、ソレが下環ナルコトがワカル。