OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Vector-lattice ノ表現ニ就テ（續）
Author(s)	中野, 秀五郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1941, 213, p. 140-145
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74848
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

918. Vector-lattice ノ表現ニ就テ(續)

中野秀五郎(東大)

此前ニ於ケル relative spectrum $(\frac{b}{a}, \mu)$ ノ definition 並ニソノ性質ヲ出スノニ Spectralization ヲ全然用ヒズニヤリマシタガ、若シ Spectralization ヲ用ヒマスト、コレハ非常ニ簡単トナリ、然モ解リヤスクナルノデ、此処デハ Spectralization ヲ用ヒテ論ジテ見ヨウ。

以下簡単ノタメ $a>0$ トスル。$a<0$ ノ場合ハ同様デスシ、一般ノ場合ハ $a=a_+-a_-$ トシ $[a]=[a_+]+[a_-]$ トウケテ考ヘレバヨイノデス。先ヅ $(\frac{b}{a}, \mu)$ ヲ次ノ如ク定義シマス。

1°. 任意ノ $\varepsilon>0$ (實數)ニ對シ

$$(\lambda_0-\varepsilon)[p]a \leqq [p]b \leqq (\lambda_0+\varepsilon)[p]a,$$

$$[p]\in \mathfrak{p}$$

ナル $[p]$ ガ常ニ存在スルトキハ

$$\left(\frac{b}{a},\mathfrak{p}\right)=\lambda_0.$$

2°. 任意ノ入ニ對シ

$$[p]b \geqq \lambda[p]a \qquad [p]\in\mathfrak{p}$$

ナル$[p]$ ガ常ニ存在スルトキハ

$$\left(\frac{b}{a},\mathfrak{p}\right)=+\infty$$

3°. 任意ノ入ニ對シ

$$[p]b \leqq \lambda[p]a \qquad [p]\in\mathfrak{p}$$

ナル$[p]$ ガ常ニ存在スルトキ

$$\left(\frac{b}{a},\mathfrak{p}\right)=-\infty$$

以上ニヨリ $\left(\frac{b}{a},\mathfrak{p}\right)$ ガ一意的ニ決定サレルコトハ次ノ事ヨリワカル。今

$$[a]b=\int_{-\infty}^{+\infty}\lambda\, d a_\lambda$$

此処ニ a_λ ハ a ノ Zerlegung（私ノ：學士院XVI. 1940）

即チ $\lim_{\lambda\to\infty} a_\lambda = a$, $\lim_{\lambda\to-\infty} a_\lambda = 0$, $\lim_{\lambda\to\mu-0} a_\lambda = a_\mu$, $\lambda>\mu$

ナラバ $|a_\lambda| \geqq |a_\mu|$, $\varepsilon>0$ ニ對シテ

$$[a_{-n\varepsilon}],\ [a_{-(n-1)\varepsilon}-a_{-n\varepsilon}],\ \cdots\cdots,\ [a_{n\varepsilon}-a_{(n-1)\varepsilon}],$$

$$[a-a_{n\varepsilon}]$$

ハ何レノ二ツモ互ニ orthogonal，即チ Product ガ 0

ニシテ、然カモ和ハ $[\alpha]$ ニ等シイ。故ニ $\mathfrak{p}$ ハ此等ノ唯一ツヲ含ム。n ノ如何ニ関セズ

$$[a-a_{n\varepsilon}]\in\mathfrak{p} \quad \text{ナラバ} \quad \left(\frac{b}{a},\mathfrak{p}\right)=+\infty$$

$$[a_{-n\varepsilon}]\in\mathfrak{p} \quad \text{ナラバ} \quad \left(\frac{b}{a},\mathfrak{p}\right)=-\infty$$

又 $[a_{n,\varepsilon}-a_{(n,-1)\varepsilon}]\in\mathfrak{p}$ ナラバ

$$[a_{n,\varepsilon}-a_{(n,-1)\varepsilon}]\,b=\int_{(n,-1)\varepsilon}^{n,\varepsilon}\lambda\,d\alpha_\lambda$$

故ニ

$$(n,-1)\varepsilon\,[a_{n,\varepsilon}-a_{(n,-1)\varepsilon}]\,a\leqq[a_{n,\varepsilon}-a_{(n,-1)\varepsilon}]\,b\leqq n,\varepsilon\,[a_{n,\varepsilon}-a_{(n,-1)\varepsilon}]\,a$$

次ニ、$\varepsilon\to 0$ ナラシムレバ Interval $((n,-1)\varepsilon,\ n,\varepsilon)$ ハ互ニ中ニ入ルヲ以テ、遂ニ一点 λ_0 ニ収斂シ、$\left(\frac{b}{a},\mathfrak{p}\right)=\lambda_0$ トナル。

1) $\left(\frac{b}{a},\mathfrak{p}\right)$ ガ $\mathfrak{p}$ ニ関シ連続ノ証明

任意ノ ε ニ対シ $[p]\in\mathfrak{p}_0$ ニシテ

$$(\lambda_0-\varepsilon)[p]\,a\leqq[p]\,b\leqq(\lambda_0+\varepsilon)[p]\,a$$

$$\left(\left(\frac{b}{a},\mathfrak{p}_0\right)=\lambda_0\ \text{トス}\right)$$

ナル $[p]$ ガ存在スル。然ルトキハ $[p]\in\mathfrak{p}$ ナルヘキ $\mathfrak{p}$ ニ対シ $\left(\frac{b}{a},\mathfrak{p}\right)$ ノ定義ヨリ

$$\lambda_0-\varepsilon\leqq\left(\frac{b}{a},\mathfrak{p}\right)\leqq\lambda_0+\varepsilon$$

故ニ $\left(\frac{b}{a},\mathfrak{p}\right)$ ハ連続ナリ。又 $\left(\frac{b}{a},\mathfrak{p}\right)=\pm\infty$ ノ場合モ同様ナリ。

2) $\left(\frac{b}{a}, \mathfrak{p}\right)$ ハ b ニ関シ Modul ヲナスコトノ証明.

$\left(\frac{b}{a}, \mathfrak{p}\right) = \lambda_0$, $\quad \alpha > 0$ (實數) トス.

任意ノ $\varepsilon > 0$ ニ對シ $[p] \in \mathfrak{p}$. 且ツ $(\lambda_0 - \varepsilon)[p]a \leqq [p]b \leqq (\lambda_0 + \varepsilon)[p]a$ ナル $[p]$ が存在ス. 故ニ

$$(\alpha\lambda_0 - \alpha\varepsilon)[p]a \leqq [p]\alpha b \leqq (\alpha\lambda_0 + \alpha\varepsilon)[p]a$$

從ッテ

$$\left(\frac{\alpha b}{a}, \mathfrak{p}\right) = \alpha\left(\frac{b}{a}, \mathfrak{p}\right)$$

他ノ場合モ同様ナリ.

$$\left(\frac{b}{a}, \mathfrak{p}\right) = \lambda_1, \left(\frac{c}{a}, \mathfrak{p}\right) = \lambda_2$$

トス. 然ルトキハ任意ノ $\varepsilon > 0$ ニ對シ

$$(\lambda_1 - \varepsilon)[p]a \leqq [p]b \leqq (\lambda_1 + \varepsilon)[p]a \qquad [p] \in \mathfrak{p}$$

$$(\lambda_2 - \varepsilon)[q]a \leqq [q]c \leqq (\lambda_2 + \varepsilon)[q]a \qquad [q] \in \mathfrak{p}$$

ナル $[p], [q]$ が存在ス. 故ニ $[p][q] \in \mathfrak{p}$ ニシテ

$$(\lambda_1 + \lambda_2 - 2\varepsilon)[p][q]a \leqq [p][q](b + c) \leqq (\lambda_1 + \lambda_2 + 2\varepsilon)[p][q]a$$

從ッテ

$$\left(\frac{b+c}{a}, \mathfrak{p}\right) = \lambda_1 + \lambda_2$$

他ノ場合モ同様ナリ.

3) $\left(\frac{b}{a}, \mathfrak{p}\right)$ ハ b ニ関シテ monoton ナルコトノ証明.

$b \geqq 0$ トス. 然ルトキハ $[a]b \geqq 0$ ニシテ

$$[a]b=\int_0^\infty \lambda\, da_\lambda$$

故ニ $\mathfrak{p}$ ヲ 0 ナルヲ以テ $\left(\frac{b}{a},\mathfrak{p}\right)\geqq 0$

4) $[a]\in\mathfrak{p}$ ナル総ベテノ $\mathfrak{p}$ ニ對シ $\left(\frac{b}{a},\mathfrak{p}\right)=0$ ナレバ $[a]b=0$ ノ証明.

$$[a]b=\int_{-\infty}^\infty \lambda\, da_\lambda$$

ニテ $[a-a_\mu]\neq 0$ $(\mu>0)$ ナラバ $[a-a_\mu]\in\mathfrak{p}$ ナルヲ ニ對シ

$$\left(\frac{b}{a},\mathfrak{p}\right)>\mu$$

又 $[a_\lambda]\neq 0$ $(\lambda<0)$ ナラバ $[a_\lambda]\in\mathfrak{p}$ ナルヲ ニ對シ

$$\left(\frac{b}{a},\mathfrak{p}\right)<\lambda$$

故ニ $[a]b=0$ ナリ。

5) $\left(\frac{b}{a},\mathfrak{p}\right)=\pm\infty$ ナル $\mathfrak{p}$ ハ $[a]$ 間ニテ nirgends-dicht ナリ。 $\mathfrak{p}_0\ni[p]$ ニ對シ常ニ

$$\lim_{\lambda\to\infty}[a_\lambda-a_{-\lambda}][p]=[a][p]\in\mathfrak{p}_0$$

故ニ充分大ナル λ ニ對シテ

$$[p]\geqq[a_\lambda-a_{-\lambda}][p]\neq 0$$

ニシテ $[a_\lambda-a_{-\lambda}][p]\in\mathfrak{p}$ ナル $\mathfrak{p}$ ニ對シテハ

$$-\lambda\leqq\left(\frac{b}{a},\mathfrak{p}\right)\leqq\lambda$$

6) $\mathfrak{p}$ ニ於ケル Integral. $f(\mathfrak{p})$ ヲ $[a]$ 内ニ於ケ

ル finite contin function トスレバ [a] ハ bi-compact ナルニヨリ $f(\xi)$ ハ banded ヌ $f(\xi)$ ハ contin ナルヲ以テ、任意ノ $\varepsilon>$ ニ對シ

$$[a]=[p_1]+\cdots\cdots+[p_n],\quad ([p_i][p_j]\neq 0)$$

ニシテ $f(\xi)$ ノ $[p_i]$ ニ於ケル Schwankung ガ ε ヨリ小ナラシメ得ル。$[p_i]\in\xi_i$ トスレバ

$$\lim\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)[p_i]=\int_{[a]} f(\xi)\,d\xi=b$$

ヲ得ル。此ノ b ニ對シ $f(\xi)=\left(\frac{b}{a},\xi\right)$ ナルコトハ此ノ前証明ニシ通リナリ。