



Title	p函数ニ関スルーツノ函数方程式ニツイテ
Author(s)	春木, 博
Citation	全国紙上数学談話会. 1941, 213, p. 145-146
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74849
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

919. p 函数 = 関スルーツノ函数方程式 = ツイテ

春 木 博 (阪大)

$f(x) = p(x)$ (Weierstrass, v^0 -函数) ト
スルトキ次ノ函数方程式が成リ立ツ。

$$(F) \quad f(x+y)f(x-y) = \frac{\{f(x)f(y)+a\}^2 + b\{f(x)+f(y)\}}{\{f(x)-f(y)\}^2}$$

$$(a = \frac{1}{4}g_2, b = g_3)$$

逆 = 今 $f(x)$ ノ原点ノ近傍 = 於テ原点ヲ除キ一様正則ト假定
シテ (F) ノ函数方程式ノ解ヲ求メテ見ヨウ。 (a, b ハ常数

スル)

(F) カラ 容易 = $f(x)$ ハ 原点ヲ 極トシテ ホル コトガ 判ル
カラ、 $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ ト オケバ $g(x)$ ハ 原点ノ 或ル 近傍デ 正
則ナリカモ $g(0) = 0$ ナル コトガ 判ル。更ニ (F) = ヨリ $f(x)$
ハ 偶函数ナル 故 $g(x)$ モ 亦 偶函数トナリ $g'(0) = 0$ ナル。

(F) ヲ $g(x) = 0$ ヲ テ 書キ 直セバ

$$(G) \quad g(x+y)g(x-y)\{a g(x)g(y)+1\}^2 \\ + b g(x)g(y)\{g(x)+g(y)\} = \{g(x)-g(y)\}^2$$

(G) ヲ y テ 二 度 微分シテ $y=0$ ト オケバ ($g(0)=0$,
 $g'(0)=0$, $g''(0)=\alpha$)

$$2g''(x)g(x) - 2g'^2(x) \\ + \alpha g(x)[2ag^2(x) + bg^3(x) + 2] = 0$$

$f(x)$ = 関スル 微分方程式 = 直セバ

$$f''(x)f(x) - f'^2(x) = \alpha [2f^3(x) + 2af(x) + b]$$

之レヲ 解ケ $f'(x) = p$ ト オケバ $f''(x) = \frac{dp}{df} p$ ナル 故

$$\frac{dp}{df} - \frac{p}{f} = \frac{\alpha}{p} \left(2f^2 + 2a + \frac{b}{f} \right)$$

之レハ Bernoulli ノ 微分方程式 $\frac{dy}{dx} + p(x)y = q(x)y^n$
ニ 於テ $n = -1$ ノ 場合 故ニ、解法ニ 従ヘバ 結局

$$f'^2(x) = \alpha [4f^3(x) + Kf^2(x) - 4af(x) - b] \quad (K \text{ ハ 常数})$$

之ヲ 解イテ (F) = 適スルモノヲ 求ムレバ、結局

$$f(x) = p(\alpha x) \quad (\alpha \text{ ハ 常数})$$