



Title	Teilweise geordneter Modul ノ連続性ニ就イテ (訂正)
Author(s)	中野, 秀五郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1941, 215, p. 186-190
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74855
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

925. Teilweise geordneter Modul / 連続性 = 就イテ (訂正)

中野 秀五郎 (東大)

此前ノ訂正ニ於テ、連続函数ヲ *Schnitt* = テ擴張スルト任意ノ函数ヲ得ルト書イタガ、数日前 = 河田君カラ $x=0$ ニテ /、他ノ点ニテ 0ナル函数ニツイテハ连续函数ノ *Schnitt*ハ出来タイト注意サレマシタノデ、连续函数ヲ *Schnitt*デ擴張スルト何ニナルカ考ヘテ見マシタ。兎ニ角连续函数ノ總テハ *separable* デスカラ、*Schnitt*デ擴張シテモ亦 *separable* 従ツテ總テノ函数ニナラスコトハ明デス。

$f(x)$ ヲ今连续函数ニヨル *Schnitt*ヨリ得ル函数トス。即チ $f(x) \leq \varphi(x)$ ナル连续函数ノ全体ヲ A 、 $f(x) \geq \psi(x)$ ナル连续函数ノ全体ヲ B トシタトキ、 (A, B) ニテ *Schnitt*ヲ得ヌトスル。 $f(x)$ ノ上半连续函数ヲ $\bar{f}$ 、下半连续函数ヲ $\underline{f}$ トスレバ、明カニ

$$\bar{f}(x) = \text{l. u. b. } \varphi(x) \\ \varphi \in A$$

$$\underline{f}(x) = \text{g. l. b. } \psi(x) \\ \psi \in B$$

然ルニ (A, B) ハ *Schnitt*ナルニヨリ $\varphi(x) \geq \underline{f}(x)$ ナル $\varphi(x)$ ハ A ニ属スル。故ニ

$$\overline{(\underline{f}(x))} = \text{l. u. b. } \varphi(x) = \bar{f}(x) \\ \varphi \in A$$

同様 = $\underline{f}(x) = (\overline{f}(x))$

ヲ得ル。此ノ如キ函数ノ *regular function* ト云フコト、スル。逆ニ又 *regular function* ハ *Schnitt* ヲ作ルコトモ以上カラ明カデアル。

$g(x)$ ヲ *Baire* ノ *function* トスルト、多クトモ *erste Kategorie* ノ集合ヲ除イテ $f(x) = g(x)$ ナル *regular function* $f(x)$ カ存在スル。如何トナレバ *erste Kategorie* ノ集合ヲ除イテ $g(x)$ ハ連続ナルコトガ次ノ如クニシテ証明サレル。 α_n ヲ *rational number* ノ全体トスレバ、適當ナル *erste Klasse* ノ集合ヲ除イタ残リノ集合 M ニ對シテ、 $f(x) > \alpha_n$, $f(x) < \alpha_n$ ナル x ノ集合ガ M ニテ *open* ナラシメ得ル。然ルトキハ任意ノ實數 α ニ對シ、 $f(x) > \alpha$, $f(x) < \alpha$ ナル集合ガ共ニ M ニテ *open* トナル。即チ $f(x)$ ハ M ニテ連続デアアル。 x_0 ヲ任意ノ点トシ

$$\varphi(x_0) = \overline{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)} \quad (x \in M)$$

$$\psi(x_0) = \underline{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)} \quad (x \in M)$$

ト置ケバ、明カニ

$$\overline{f}(x) = \varphi(x), \quad \underline{f}(x) = \psi(x)$$

トナル。故ニ $\varphi(x)$, $\psi(x)$ ハ共ニ *regular* デアル。

点集合 M ニ對シ、其ノ点ノミノ集合ヲ M^0 , *closure* ヲ M^* ニテ表ハスコトスル。

$$M^{\circ*} = M^*, \quad M^{*0} = M^0$$

ナルが如キ集合 M を *regular set* と呼ブコトヲスル。

M が *regular* ナルトキ、其ノ *complement* M' モ亦 *regular* トナル。

$$((M)^0)' = (M^*)', \quad (M')^* = (M^0)'$$

又 $M^{\circ*}$, M^{*0} ハ常ニ *regular* デアル。如何トナレバ、
先ツ $M^{\circ*} \supset M^{*0} \ni M^{\circ*0} \supset M^{*0}$, 又 $M^{*0*} \subset M^*$ ヨリ
 $M^{*0*0} \subset M^{*0}$ トナルヲ以テナリ。 $M^{\circ*}$ モ亦同様ナリ。

Baire ノ函数 $f(x)$ が *regular function* ナル
タメノ必要且ツ充テナル條件ハ任意ノ實數 α ニ對シ、
 $f(x) \geq \alpha$ ($\leq \alpha$) ナル x ノ集合 $M(\bar{M}) = \{x \mid f(x) \geq \alpha\}$ ($\bar{M} = \{x \mid f(x) \leq \alpha\}$)
が *regular* ナルコトデアル。先ツ $f(x)$ を *regular*
トスル。

$f(x) \geq \alpha$ ナル x ノ全体ヲ M , $\bar{f}(x) \geq \alpha$ ナル x
ノ全体ヲ H , $\underline{f}(x) \geq \alpha$ ナル x ノ全体ヲ K トスル。

然ルトキハ、先ツ $M^0 = K^0$ デアル。如何トナレバ
 $f(x) \geq \alpha$ in M^0 ヨリ $\underline{f}(x) \geq \alpha$ in M^0 トナリ、從ツテ
 $M^0 \subset K^0$ 。又 $f(x) \geq \underline{f}(x) \geq \alpha$ in K^0 ヨリ $K^0 \subset M^0$ ト
ナルヲ以テナリ。

次ニ $M^* \subset H$ ハ明カナリ。又上ト同様ノ論法デ $(\bar{f}(x))$
 $= \underline{f}(x)$ ナルニヨリ、 $H^0 = K^0$ デアル。故ニ $M^{*0} \subset K^0 = M^0$ 。
從ツテ $M^{*0} = M^0$ デアル。

故ニ M^0 ハ *regular* ナリ。

同様ニシテ $f(x) \leq \alpha$ ナル x ノ全体ヲ $\bar{M}$ トスレバ、 $\bar{M}^0$

が *regular* ナルコトを証明シ得ル。

逆 = $f(x)$ が以上ノ如キ性質ヲ有スル *Baire* ノ函数トスル。前ニ述べタルコトニヨツテ $f(x)$ ハ *erste Kategorie* ノ集合ヲ除イテ *regular function* $g(x)$ ト一致スル。 $f(x) \leq \alpha$ ナル x ノ全体ヲ M 。 $g(x) \leq \alpha$ ナル x ノ全体ヲ N トスル。然ルトキハ M^0, N^0 ハ *erste Kategorie* ノ集合ヲ除イテ一致シ、然カモ共 α - *regular* ナルヲ以テ、 $M^0 = N^0$ ナリ。然ルトキハ、 $\underline{f}(x) > \alpha$ ナル任意ノ x ハ M^0 へ含まレ、從ツテ $\underline{g}(x) \geq \alpha$ トナル。故ニ $\underline{f}(x) \leq \underline{g}(x)$ ナリ。同様ニシテ $\underline{f}(x) \geq \underline{g}(x)$ ヲ得ル。故ニ $\underline{f}(x) = \underline{g}(x)$ ナリ。又 $f(x) \leq \alpha$ 、 $g(x) \leq \alpha$ ナル x ノ集合ヲ考ヘルコトニヨリ $\bar{f}(x) = \bar{g}(x)$ ヲ得ル。故ニ $f(x)$ ハ *regular* ナリ。

以上ニヨリ、連続函数ヲ *Schnitt* = τ 擴張スレバ、*regular function* ヲ得ル。*regular function* ハ *bounded variation* ナル *function* ノ擴張ト考ヘラレルモ、未ダ何等ソノ性質ニ就イテハ研究セラレテナシトモテヤル。

Vector lattice $\mathcal{M}$ ヲ *Schnitt* = τ 擴張スルニ就イテ *lattice* ノ條件、 $a \vee b$ 、 $a \wedge b$ ノ存在ヲ假定シタガ、之レハ次ノ條件ヲ置換ヘラレル：

$$\underline{c} \geq a, \geq b, \quad d \leq a, \leq b \text{ ナル } c, d \text{ ノ存在}$$

又、 $\mathcal{M}$ が *Ring* ナルトキハ、*Schnitt* = τ 擴張シタトキモ矢張り *Ring* トナルコトモ此処ニ注意

シテ置ク。