



Title	可換ナ Radikal ヲ持ツ Lie環 (II)
Author(s)	安倍, 亮
Citation	全国紙上数学談話会. 1941, 216, p. 217-239
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74858
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

928. 可換 + Radical を持つ Lie 環 (II)

安倍 亮 (東大)

4. 表現と自己同型との関係

$\mathcal{O}$ を P 上、Lie-algebra (スハ群, P 上、通常、Algebra 等), $\alpha: S \rightarrow \alpha(S)$ を $\mathcal{O}$ の表現, $A: S \rightarrow AS$ を $\mathcal{O}$ の Autom. とスル。表現 $S \rightarrow \alpha^A(AS)$ を α^A と書くとき, α と α^A の関係 = 就て次の二つの問題が, 夫々前談話第1節及第2節で起つた。

i) 何等かの $A =$ 依つて $\alpha \sim \alpha^A$ とナルとき, $\alpha \sim_{(A)} \alpha$ ((A) -äquivalent) と書く事 = スル。 $\mathcal{O}$ の然ての表現類を (A) -äquivalenz = 依つて類別スル事。(之を (A) -類と云ハウ)

ii) 一つの表現 α が與へラレタとき, $\alpha^A \sim \alpha$ ナル Autom. A の範圍ヲ決メルコト。此様ナ A の全体ハ (A) の部分群 OL_α を作ル。

何レ = シテモ α と A カラ α^A を求ムル方法 = 就て見通シが附ケバヨイ。先ツ明カ =

[4.1] 『 $\mathcal{A}$ が完全可約ナラ, $\mathcal{A}$ は既約成分 = 分けて,
 $\mathcal{A} \sim \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \dots + \mathcal{A}_d$ トセバ,
 $\mathcal{A}^A \sim \mathcal{A}_1^A + \mathcal{A}_2^A + \dots + \mathcal{A}_d^A$

従ッテ総テノ表現が完全可約ナ場合ニハ, 既約表現 $\mathcal{A}$ ニ
 對シテ $\mathcal{A}^A$ が分レバヨイ』

[注意] i) = 就テ. $\mathcal{A} \sim \mathcal{A}_1 + \dots + \mathcal{A}_d$, $\mathcal{A}' \sim \mathcal{A}'_1 + \dots + \mathcal{A}'_d$, $\mathcal{A}_i \sim (A) \mathcal{A}'_i$, $i = 1, \dots, d$ デアツテモ必ずシ
 モ $\mathcal{A} \sim (A) \mathcal{A}'$ トハ云ヘナイ。 $\mathcal{A} \sim (A) \mathcal{A}'$ トルタメニハ或
 ツツム $A =$ 對シテ $\mathcal{A}'_1 \sim \mathcal{A}_1^A, \dots, \mathcal{A}'_d \sim \mathcal{A}_d^A$ が同時ニ
 成立タナケレバナラナイ。

ii) = 就テ. $\mathcal{A}$ が既約成分 $\mathcal{A}_1$ ナ f -重ニ含ミ, 且ツ
 $\mathcal{A}^A \sim \mathcal{A}$ デアルナラバ, $\mathcal{A}$ ハ既約成分 $\mathcal{A}_1^A, \mathcal{A}_1^{A^2}, \dots$
 ナモ皆 f -重ニ含マナケレバナラナイ。其レハ無限ニハ有リ
 得ナイカラ, 始メテ $\mathcal{A}_1^{A^f} \sim \mathcal{A}_1$ トナル $f \geq 1$ ガアル。 $\mathcal{A}$ ハ
 従ツテ $f \mathcal{A}_1 + f \mathcal{A}_1^A + \dots + f \mathcal{A}_1^{A^{f-1}}$ ノ様ナ塊ガ幾ツカ集マ
 ヲテ出来テ居ル。

[A] ナ A ノ erzeugen スル (A) ノ部分群トスル。
 $\mathcal{A}^A \sim \mathcal{A}$ トルタメニハ, 上ニ述ベタメウニ, $\mathcal{A}$ ノ既約成
 分 $\mathcal{A}_1$ [A]-Äquivalenzklasse ハ有限個ノ表現類
 $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_1^A, \dots, \mathcal{A}_1^{A^{f-1}}$ カラ成ルコトガ少クトモ必要デアル。
 所ガ實際ニハ既約表現ノ [A]-類ヨリハ一般ニハ大キイ
 (A)-類 ((A)ハ Autom 全体ノ群) が既ニ有限個ノ表現
 類カラ出来テ居ル場合が多い。例ヘバ $\mathcal{A}$ が有限群 $\mathcal{A}$ 通常ノ
 準単純ナ algebra ノ場合ノメウニ, 元々既約表現類ガ

有限個シカタイ時ハ問題ハタイ。♯ガ準單純ナ Lie 群ヲ
 (シクトモ複素數体ノ上ノ¹⁾) 準單純ナ Lie 環ノトキハ既
 約表現ハ無限ニ澤山アルガ、此ノ場合デモ (A)-類ハ有限個
 ノ表現類カラ出来テ居ル。モット精シク云ヘバ、(A)ノ中デ
 ドノ表現ヲモ変ヘタイ Autom. ノ作ル部分群ヲ Ω トスル
 ト、 $\Omega \cap (A) = \text{於ケル Indesc}(A)$: Ω ハ有限デアアル。
 (後述参照)

定理[4.2] 『♯ / P = 於ケル表現 η ハ完全可約カ
 トスル。 $\eta^A \sim \eta + \text{ル } A \text{ノ全体 } \Omega_\eta \text{ヲ求メルニハ次ノ様
 ニスレバヨイ}:$

先ツ η ヲ既約成分ニ分ケ、其ノ中丁度 f-重ニハイッ
 テ居ル成分アレツ宛取ツテ其ノ和表現ヲ η^f トスルト

$$\eta \sim \eta^1 + 2\eta^2 + \dots + g\eta^g$$

η^f ヲ (A)-類ニ分ケル。

$$\eta^f \sim \eta_1^f + \dots + \eta_{n_f}^f$$

η_i^f ハ同シ (A)-類ニ属スル幾ツカノ表現ノ和デ、且ツ各成
 分ハ f-重ニハイッテ居ル。 $\eta^A \sim \eta + \text{ル } \eta^f = \eta$ 、總テ

$$\eta_i^f = \text{對シ}$$

$$\eta_i^{fA} \sim \eta_i^f$$

ナルコトガ必要ニ分デアアル。従ツテ

$$\Omega_\eta = \bigcap_{f,i} \Omega_{\eta_i^f} \quad \square$$

1) 基礎体ノ制限ハ恐ラフ必要デアラウ。本談話最後ノ[注意3]参照。

[証明] $\overset{f}{a}_i^A \sim \overset{f}{a}_i$ ナラナ分デアアルコトハ明カデアアル。
 逆 = $a^A \sim a$ バトスル。既約成分 $\nu \in a$ 即チ ν ガ f -
 重ナラ $\nu^A \in f$ -重ガカラ ($\nu' + \nu =$ 對シテモ $\nu'^A \sim \nu^A$
 = ナルト云フ心配ハナイ; A ハ逆ガアルカラ) $\nu^A \in \overset{f}{a}$, 従
 ツテ

$$\overset{f}{a}^A \sim \overset{f}{a}$$

ナルコトガナル。勿論任意ノ既約成分ハ, ソレト $(A) \sim \text{äqu-}$
 ivalent ナモ, = シカ行カナイカラ, エレカラ更ニ

$$\overset{f}{a}_i^A \sim \overset{f}{a}_i. \quad \text{g. c. d.}$$

此様ニシテ問題 ii) ハ $\overset{f}{a}_i$ ノ極ナ表現ノ問題ニ帰着サレル。極
 テーツレーツノ $\overset{f}{a}_i$ ハ

$$\overset{f}{a}_i \sim \nu^{A_1} + \nu^{A_2} + \dots + \nu^{A_2}, \quad \nu \text{ ハ既約}, A_k \in (A)$$

ノ形ニ書ケル。我ニ $(A)/\mathcal{O}_f$ ノ *hebenklassen* ノ集合

$$\mathcal{K} = \mathcal{O}_f A_1 + \dots + \mathcal{O}_f A_2$$

ノ各項ハ重複ガナイ。 $\mathcal{O}_{a_i}$ ハ $A \mathcal{K} = \mathcal{K} + \text{ル } A$ ノ集合デア
 ル (今マデノ節ト一致サセルタメニ, *Autom.* ノ積 AB ハ
 erst B , dann A ナ意味スル。従ツテ少シ不自然デア
 ルガ $(a^A)^B = a^{BA}$)。ソレハ明カニ $\mathcal{O}_f$ ナ含ム部分群ニ
 デアツテ

$$\mathcal{K} = \mathfrak{a}_1 A_1 + \dots + \mathfrak{a}_m A_m$$

ノ形ニ書ケル最大ノ $\mathfrak{a}_i$ デアル。實際上ニハ餘リ役ニ立た
 イガ, 定理トシテ書ケハ

$$\text{定理 [4.3]} \quad \mathfrak{a} \sim \nu^{A_1} + \dots + \nu^{A_2}, \quad \nu^{A_i} \neq \nu^{A_j} \\ (i \neq j)$$

1 形ノ表現 $\rho = \sum \alpha_i \rho_i$ ハ, $(A)/\rho_i$ ノ 副群ノ 集合

$$\rho = \rho_1 A_1 + \dots + \rho_s A_s$$

ガ $(A)/\rho_i$ ノ 副群ノ 集合

$$\rho = \rho_1 A_1 + \dots + \rho_m A_m$$

トシテ書ケル様ナ最大ノ ρ デアル。」

$\mathfrak{g}$ ハ元通り 単単純 Lie 環 トシ

$$(4.1) \quad \mathfrak{g} = \underbrace{\mathfrak{g}_1^{(1)} + \dots + \mathfrak{g}_1^{(m_1)}}_{\dots + \underbrace{\mathfrak{g}_s^{(1)} + \dots + \mathfrak{g}_s^{(m_s)}}}$$

ヲ 単純 Ideal ハノ 分解トスル。 m_i 個ノ 成分 $\mathfrak{g}_i^{(1)}, \dots$

$\dots, \mathfrak{g}_i^{(m_i)}$ ハ 皆 単純環 $\mathfrak{g}_i =$ 同型ヲ, 且ツ番号ガ 違ハバ $\mathfrak{g}_i$

ト $\mathfrak{g}_j$ ハ 同型ヲ イトスル。 $S_i^{(j)} \in \mathfrak{g}_i^{(j)}$ ハ 或ル 豫メ決ツタ

同型ノ 對應デ $S_i \in \mathfrak{g}_i =$ 對應スル元トスル。此ノ 對應ヲ 決

メテ置ケバ, $\mathfrak{g}_i$ ノ Autom. A_i ヲ 直チ $= \mathfrak{g}_i^{(1)}, \dots, \mathfrak{g}_i^{(m_i)}$

ノ Autom. トモ考ヘルコトガ 出来ル。扱テ A ヲ $\mathfrak{g}$ ノ Autom.

トスレバ, (4.1) ノ 分解ハ一意的デカラ $A \in (\mathfrak{g}_1^{(1)}, \dots, \mathfrak{g}_1^{(m_1)},$

$\dots, (\mathfrak{g}_s^{(1)}, \dots, \mathfrak{g}_s^{(m_s)})$ ヲ 夫々其ノ中デ permutate ス

ル。従ツテ:

[4.4] 『(4.1) デ 與ヘラレル $\mathfrak{g}$ ノ Autom. A ハ 次

ノ 形ニナル:

$$(4.2) \quad \begin{cases} A \mathfrak{g}_i^{(j)} = \mathfrak{g}_i^{(j')}, & j' = \pi_i(j) \\ \pi_i \in (1, \dots, m_i) \text{ ノ Permutation} \\ A S_i^{(j)} = A_i^{(j)} S_i^{(j')}, & S_i^{(j)} \in \mathfrak{g}_i^{(j)}, A_i^{(j)} \in \mathfrak{g}_i \text{ ノ Autom.} \end{cases}$$

次 = 準単純 Lie 環 $\mathfrak{g}$ の基礎体 P が 代数的閉体 デアルトスル。 $\mathfrak{g}$ は (4.1) の様ニ分解サレテ居ルトスル。 $\mathfrak{g}_i$ の既約表現ヲ $\mathfrak{g}_i^{(j)}$ 等トスルト, (之等ヲ $\mathfrak{g}_i^{(j)}$ の表現ト考ヘテ) $\mathfrak{g}$ の既約表現 $\mathfrak{g}$ へ前談話第一節ニ引用シタ定理ニ依ツテ

$$(4.3) \quad \mathfrak{g} = \mathfrak{g}_1^{(1)} \times \cdots \times \mathfrak{g}_1^{(m_1)} \times \cdots \times \mathfrak{g}_s^{(1)} \times \cdots \times \mathfrak{g}_s^{(m_s)}$$

ノ形ニナル。明キニ

[4.5] 『(4.3) デ與ヘラレル既約表現 $\mathfrak{g}$ = (4.2) デ與ヘラレル autom. A ヲ作用サセルト

$$(4.4) \quad \mathfrak{g}^A = \mathfrak{g}_1^{(1)A_1} \times \cdots \times \mathfrak{g}_1^{(m_1)A_1} \times \cdots \times \mathfrak{g}_s^{(1)A_s} \times \cdots \times \mathfrak{g}_s^{(m_s)A_s}$$

従ツテ基礎体が代数的閉体ノ場合ニハ, 問題 i) ii) ノ解決ニハ 準単純 Lie 環 ノ 既約表現 が其ノ autom. ニ依ツテドウ変ルカ分レバヨイ。』

少シ精シク考ヘテ見ヨウ:

問題 i) = 就テ。 $\mathfrak{g}$ ノ一般ノ表現ハ (4.3) ノ形ノ表現ノ和ノカヲ

$$(4.5) \quad \left| \begin{array}{cc} \mathfrak{g}_1^{(1)} & \cdots \mathfrak{g}_1^{(m_1)} \\ \vdots & \vdots \\ \mathfrak{g}_1^{(1)} & \cdots \mathfrak{g}_1^{(m_1)} \end{array} \right| \cdots \left| \begin{array}{cc} \mathfrak{g}_s^{(1)} & \cdots \mathfrak{g}_s^{(m_s)} \\ \vdots & \vdots \\ \mathfrak{g}_s^{(1)} & \cdots \mathfrak{g}_s^{(m_s)} \end{array} \right|$$

ノ形ノ表デアラハセル。コノ表現ニ (4.2) ノ autom. ヲ施シタ結果ハ

a) 縦線ヲ區切ラレタールツノ矩形内ノ列ヲ相互ニ *permutate* スル事

b) ルツノ列ノスベテノ表現ニ (ノノ表現ノ属スル單純環ノ) ルツノ *Autom.* ノ同特ニ施ス事

a) ノ各矩形デ、b) ノ各列デ行ヲコトニヨリ得ラレル。猶

c) 行ノ *Permutation*

ハ表現ヲ変ヘタイ。

[4.5'] 『表現 q が (4.5) ノ表デ與ヘラレルナラ、 q ノ (A)-類ノ表現ヲ得ルニハ、 $q = a$), b) ノ *process* ノ行ツテ得ラレルモ、ヲ全部取り、其ノ中デ c) ノ *process* デ移レルモ、ハ區別シタイ事ニスレバヨイ。』

特ニ既約表現ニツイテハ：

[4.5''] 『表現 q が既約デ (4.3) デ表ハサレル場合ニ、 q ノ (A)-類ハ

$$q_i^{(1)}, \dots, q_i^{(m_i)}$$

ヲ ϕ_i ノ既約表現トシテ (A)-類ニ分ケタトキ、各 (A)-類ノ個數ヲ $i = 1, \dots, s$ ニ就テ與ヘレバ決ル。従ツテ既約ノ (A) 類ノ代表トシテハ：

單純環 ϕ_i ノ既約表現ノ各 (A)-類カラ ルツヅツ代表ヲ取ツテ、且順序ヲツケテ

$$v_{i1}, v_{i2}, \dots$$

トシテオク。 ϕ ノ (A) 類ノ代表トシテハ

$$q = \dots \times v_{i1}^{k_{i1}} \times v_{i2}^{k_{i2}} \times \dots$$

$$l_{i1} + l_{i2} + \dots = m_i, l_{ij} \geq 0$$

ナル表現ヲ全部作レバヨイ。』

(即チ基礎体が代数的閉体デ Radikal が minimal ナ
 $\rho(\sigma; \alpha)$ ヲ全部求メルニハ, 上ノ様ナ表現 α ヲ全部
 持ッテ来レバ 洩レナク而モ重複ナシニ得ラレルノデアル。)

問題 ii)ニ就テ。 σ ノ直和分解 (4.1)ニ於テ $\sigma_i =$
isomorph + *Ideal*ノ和ヲ一纏メニシテ f_i トシ

$$(4.6) \quad \sigma = f_1 + f_2 + \dots + f_s$$

ソレニ對應シテ σ ノ既約表現ヲ

$$(4.7) \quad \alpha^\sigma = \alpha_1^\sigma \times \alpha_2^\sigma \times \dots \times \alpha_s^\sigma$$

トスル。

$$(4.8) \quad \alpha^\sigma = \alpha_1^\sigma + \dots + \alpha_s^\sigma$$

ナル表現ノ α^σ ヲ考ヘルニ [4.2]ニ依ッテ $\alpha_1^\sigma, \dots, \alpha_s^\sigma$ ハ
 全部異ナリ而モ互ニ (A)-*äquivalent* ナ場合ニ限ッテヨ
 イ。 σ ノ autom. Aニ [4.4]ニヨリ, f_i ノ autom.
 A_i カラ

$$A = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_s$$

ノ形ニ得ラレル。モシ $\alpha^A \sim \alpha + \alpha_1^A, \dots, \alpha_s^A$ ハ
 $\alpha_1^\sigma, \dots, \alpha_s^\sigma$ ノ *Permutation* デアル。即チ $\alpha^A \sim \alpha^\sigma$,
 $j' = \pi(j)$, π ハ $(1, \dots, d)$ ノ *Perm.*, $\pi \in \mathcal{Y}_d$.
 従ッテ又 $\alpha_i^{A_i} \sim \alpha_{j'}^\sigma$ デナケレバナラナシ。 π ノ全体ハ
 $\mathcal{Y}_d$ ノ部分群 $\mathcal{P}$ ヲ作り, $\mathcal{P}$ ハ *transitiv* ナカラ, 再ビ
 [4.2]ニ依ッテ $\alpha_1^\sigma, \dots, \alpha_s^\sigma$ ノ中ニ重複シタモノガアル
 ニシテモ重複度ハ全部同ーデアル。ソコヲ次ノ定理ヲ得ル。

定理[4.6] 『(4.6) で與へラレル ρ / (4.8) で與へラレル表現 q が重複 / +イ 互 = (A)-äquivalent + 既約成分カラ出来テ居ルトスル。先ヅ f_i / 表現

$$q_i = q_i^1 + \dots + q_i^d$$

ヲ變へ +イ A_i / 全体 $\mathcal{O}_{q_i}$ ヲ求メル。(q_i^j ヲ重複成分 / +イ表現トシテ $q_i \sim f_i q_i^j$ / 形 = カケル。 $\mathcal{O}_{q_i} = \mathcal{O}_{q_i^j}$ / 定理[4.3] = 依ツテキスル。 f_i ヲ直和成分ニ分ケテ 精シク論ズルコトハ止メ = スル) $\mathcal{O}_{q_i} \ni A_i =$ 對シ, 其レガ $q_i^1, \dots, q_i^d$ / 上 / Index $1, \dots, d =$ 發起ス Permutation π_i ガ對應スル。 $A_i \longrightarrow \pi_i$ 但シ $q_i^1, \dots, q_i^d$ =ハ重複ガアリ得ルカラ π_i ハ A_i カラ 一意的 =ハ決テ +イガ, 其等ヲ全部 $A_i =$ 對應サセル。 $\mathcal{O}_{q_i} =$ 對應スル π_i / 全体ヲ $\mathcal{R}_i, \mathcal{R}_1 \cap \mathcal{R}_2 \cap \dots, \mathcal{R}_S = \mathcal{R}$ トスル。又 $A_i \longrightarrow \pi \in \mathcal{R}$ +ル A_i / 全体ヲ $\mathcal{O}_i \subset \mathcal{O}_{q_i}$ トスル。 $\mathcal{O}_{q_i}$ / Autom. A ハ

$$A = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_S \in \mathcal{O}_1 \times \mathcal{O}_2 \times \dots \times \mathcal{O}_S$$

ノ中デ, マル $\pi \in \mathcal{R} =$ 對シ

$$A_1 \longrightarrow \pi, A_2 \longrightarrow \pi, \dots, A_n \longrightarrow \pi$$

= +ル マリ +モ / / 全体デアアル。』

群又通常ノ環 = 於テハ q ガドンナ表現デアツテモ, inner Autom. A ハ q ヲ變へ +イ。吾々ノ問題トスル Lie 環ノ場合 =ハ, 一般ノ基礎体ヲ考ヘル場合 =ハ 一般 =ハ Lie 群 = 相當スルモ / が +イカラ, inner Autom. トハ何カ一

を定義シ=クイ。之カラハ基礎体 P が複素数体ノ場合=限ッテ, 今マデノ問題ヲ更ニ立入ッテ考ヘテ見ヨウ。

$\mathfrak{g}$ ヲ複素数体 K ノ上ノ任意ノ Lie 環, $\mathfrak{g}$ ヲ無限小変換群トシテ持ッ, 単一連結ト Lie 群ヲ $\mathcal{G}$ トスル。(ソノ存在ハ Pontrjagin: Topological group, Th. 84) $\mathcal{G}$ ノ元 $a = \exp \mathfrak{a}$ ノ内部同型 $\mathcal{G} \ni g \rightarrow a^{-1}ga = A_a g$ ハ $\mathfrak{g}$ ノ autom. A_a ヲ惹起ス。 $\mathfrak{g}$ ノ新様ト自己同型ヲ矢張り「内部同型」ト名ツケ, ソノ全体ヲ $\mathcal{O}_0$ トスル。扱テ $\mathfrak{g}$ ノ表現 $\mathcal{G} : S \rightarrow \mathcal{G}(S)$ ハ $\mathcal{G}$ ノ単位元素ノ近傍, 表現=「拡張」サレル。之レハ $\mathcal{G}$ ノ単一連結トコトカラ, 更ニ $\mathcal{G}$ 全体ノ表現=一意的ニ拡張サレル。(Pontrjagin: ibid. Th. 63) コノ「拡張」ト云フタ意味ハ, one-parameter subgroup $\{g_t\}$ ノ無限小変換ガ S 上ルトキ

$$\left(\frac{d\mathcal{G}(g_t)}{dt} \right)_{g_t=e} = \mathcal{G}(S)$$

トナツテ居ルコトデアル。 $\mathcal{G}(A_a g_t) = \mathcal{G}(a)^{-1} \mathcal{G}(g_t) \mathcal{G}(a)$ ヲ微分シテ

$$\mathcal{G}(A_a S) = \mathcal{G}(a)^{-1} \mathcal{G}(S) \mathcal{G}(a)$$

定理 [4.7] 複素数体ノ Lie 環 (又ハ任意ノ群, 通常ノ環) $\mathfrak{g}$ ノ内部同型ハ $\mathfrak{g}$ ノ如何ナル表現 $\mathcal{G}$ ヲ変ヘ+イ。即チ $\mathfrak{g}$ ノ自己同型群ヲ $\mathcal{O}_0$ ²⁾ 内部同型群ヲ $\mathcal{O}_0$, $\mathcal{G}$ ヲ変ヘ+イ自己同型ノ群ヲ $\mathcal{O}_{\mathcal{G}}$ トセバ

2) 自己同型全体ノ群ハ今マデ (A) ト書イタガ, 今後ハ $\mathcal{O}_0$ ト書クコト=スル。

$$\mathcal{O}_0 \subset \mathcal{O}_0' \subset \mathcal{O} \quad \square$$

特ニ吾々ノ問題トスル単純 Lie 環ノ場合ニハ無限小自己同型 (derivation (jacobson)) ノ類ヲ inner ガカラ, $\mathcal{O}_0$ ハ $\mathcal{O}$ ノ単位元素ト結ベル元ノ全体デアアル。

f ノ一ツノ正則元ヲ含ム最大可換部分環ヲ f トスル。 A ヲ任意ノ Autom. トセバ $Af = Uf$ ナル如キ $U \in \mathcal{O}_0$ ガアル。 $U^{-1}Af = f$ 即チ mod. $\mathcal{O}_0$ ノ代表ハ f 7 invariant ニスル様ニ選グコトが出来ル。

$$\mathcal{O} = \mathcal{O}_0 + A_1 \mathcal{O}_0 + \dots + A_i \mathcal{O}_0 + \dots$$

$$A_i f = f \quad i=1, 2, \dots$$

$\mathcal{O}_0$ ノ定理 [4.7] = ヨリ之ニ等ノ Hebunggruppen ノ類ツカカラ出来テ居ル。

$A'f = f$ ナル Autom. $A \wedge f = h_1 K + \dots + h_n K$ ノ元 $\sum h_i \lambda_i$ ノ一次変換 T_A ヲ起ス。ソレハ Wurzelformen $\alpha = \sum \alpha_i \lambda_i, \dots, \rho = \sum \rho_i \lambda_i$ (即チ $\sum h_i \lambda_i$ ノ正規表現ノ固有値) ノ Perm. ヲ生ズル。Wurzel ヲ permutate スル λ -空間ノ一次変換 (之レヲ "rotation" ト云フコトニスル) 全体ノ群ヲ $\mathcal{V}$, $\mathcal{V}$ ノ中デ, Wurzel = 垂直ト超平面ニ關スル Spiegelung, erzeugen スル Normalteiler ヲ $\mathcal{H}$ トスル。 $Af = f$ ナル Autom. A ハ $A \in \mathcal{O}_0$ ノトキソノ時ニ限リ $\mathcal{H}$ ノ "rotation" ヲ惹起ス。之レカラ $\mathcal{O}/\mathcal{O}_0 \cong \mathcal{V}/\mathcal{H}$ ガ分ル。從ツテ特ニ $\mathcal{O}_0$ ノ $\mathcal{O}$ = 於ケル Index ハ有限デアアル。(ユノ辺ノコトハ例ヘバ Gantmacher: Canonical representation of

automorphismus of a complex semi-simple Lie group, Rec. Math. Moscow Tom 5 (1939)
= 精シイ)

扱テ $\mathfrak{g}$ の表現 ϱ の Gewicht, 即チ $\varrho(\sum h_i \lambda_i)$
の固有値ヲ $\Lambda^{(1)} = \sum \Lambda_i^{(1)} \lambda_i, \dots, \Lambda^{(g)} = \sum \Lambda_i^{(g)} \lambda_i$ トスル。
 $A f = f$ トラベ表現 ϱ^A の Gewicht ハ $\tau_A(\Lambda^{(1)}), \dots$
 $\dots, \tau_A(\Lambda^{(g)})$ トナル。 $\varrho \sim \varrho^A$ デアル必要十分条件ハ
 $\Lambda^{(1)}, \dots, \Lambda^{(g)}$ ト $\tau_A(\Lambda^{(1)}), \dots, \tau_A(\Lambda^{(g)})$ が全体トシテ
一致スルコトデアル。特ニ ϱ が既約ナルトキハ ϱ , $(\lambda_i$
ノ標数ニシタガツテ Gewicht = 辞書式ノ順序ヲ附ケタト
キ) 最高 Gewicht Λ (之レガ ϱ ヲ特徴ツケル) = 対シ
テ, $\tau_A(\Lambda)$ が再ビ ϱ の Gewicht = ナルコトが必要十分デ
アル。(Weyl 表現論ノ論文参照)

定理 [4.8] 『複素標数ノ半単純 Lie 環 $\mathfrak{g}$ の自己
同型群ヲ $\mathcal{O}$, 内部同型群ヲ $\mathcal{O}_0$ トスレバ

$$\mathcal{O} = \mathcal{O}_0 + A_1 \mathcal{O}_0 + \dots + A_{k-1} \mathcal{O}_0, \quad A_i f = f, \\ i = 1, \dots, k-1$$

A_i が f = 生ズル "rotation"ヲ τ_i トスレバ

$$\mathcal{O} = \mathcal{O} + \tau_1 \mathcal{O} + \dots + \tau_{k-1} \mathcal{O}$$

$\mathfrak{g}$ の表現 $\varrho = A \in A_i \mathcal{O}_0$ ヲ作用サセテ出来ル表現 ϱ^A
ハ, ϱ の gewichte ノ集合 $\{\Lambda^{(j)}\} = \tau_i$ ヲ施シタ $\{\tau_i \Lambda^{(j)}\}$
ヲ Gewicht = 持ッ表現デアル。特ニ ϱ が既約トラ ϱ ,
最高 Gewicht $\Lambda = \tau_i$ ヲ施シタ $\tau_i(\Lambda) = \gamma$ "rotation"
ヲ施シテ得ラレル (即チ Weyl ノ言葉ヲ使ヘバ, $\tau_i(\Lambda)$ ト

äquivalent +) Gewicht 中最高 $1 \in 1$ が ψ^A , 最高 Gewicht デアル。

ψ を変へ + Autom. 1 群 α_ψ ハ, ψ 1 Gewichte 1 集合ヲソレ自身ニ移ス τ_i ヲ例ヘバ $\tau_1, \dots, \tau_{l-1}$ トスレバ

$$\alpha_\psi = \alpha_0 + A, \alpha_0 + \dots + A_{l-1} \alpha_0$$

特ニ ψ が既約ナラ, ψ 1 最高 Gewicht ヲ ψ 自身 1 Gewicht = 移ス τ_i ヲトレバヨイ。』

任意 1 "rotation" ハ Wurzel 1 全体即チ正規表現 1 Gewicht 全体ヲ夫自身ニ移スカラ:

系. 『正規表現ハ任意 1 Autom. 変ラ + イ。』

尤モ之レハ任意 1 基礎体 上 1 任意 1 Lie 環 (又ハ associative algebra 及ビ有限群) ニツイテモ直接カンタンニ云ヘル事デアル。即チ, ψ ヲ Basis $u_1, \dots, u_r$ = 關シテ考ヘルナラ ψ^A ヲ Basis $Au_1, \dots, Au_r$ = 關シテ考ヘルバ同ジ Matrix デアラハサレルカラデアル。

定理 [4.7] ヲ具体的ニ場合ニ應用シテ見ル。[4.5] = 依ツテ, 單純環 1 既約表現 = ツイテ考ヘルバヨイ。サテ複素数体 K 上 1 單純環デハ大部分 $\gamma = \gamma^*$ 即チ $\alpha = \alpha_0$, 従ツテ 総ベテ 1 Autom. ハ如何ナル表現ヲモ変ヘ + イ。

$\alpha \neq \alpha_0$ + ハ A_n ($n \geq 2$), D_n ($n \geq 4$), E_6 ダケデアル。 (Gantmacher l.e. 参照。ユコ = A_n ハ $n+1$ 次 unimodular group $SL(n+1, K)$ 1 Lie 環

D_n は $2n$ 次元直交変換群 $O(2n, K)$, Lie 環)

i) A_n 型 ($n \geq 2$) $\alpha = \alpha_0 + A, \alpha_0, \gamma = \gamma_0 + \tau, \gamma_0$
 τ_i は $\tau_i(\lambda_0) = -\lambda_0, \dots, \tau_i(\lambda_n) = -\lambda_n$. τ_i = 相當
 スル A_i は, σ 通常 $\text{Spur} = 0$, matrix σ アラ
 ハシタトキ, transponieren シテ, 「 $\uparrow$ + $\downarrow$ 」ヲツ
 ケルコト = 相當スル, 即チ Kontragredient = ヲツル
 事, (Lie 群 = シテ云へバ, transponieren シテ逆
 ヲ作ル事)。扱テ既約表現 φ 決定スル 最高 Gewicht
 ハ

$$\Lambda = m_0 \lambda_0 + m_1 \lambda_1 + \dots + m_n \lambda_n, \quad m_i \text{ 整数}$$

$$m_0 \geq m_1 \geq \dots \geq m_n$$

$$\lambda_0 + \lambda_1 + \dots + \lambda_n = 0$$

但シ最後ノ條件ニヨリ m_i ハ其差ダケガ問題デアル, 故ニ例
 ヘバ $m_n = 0$ ト決メテモヨイ。

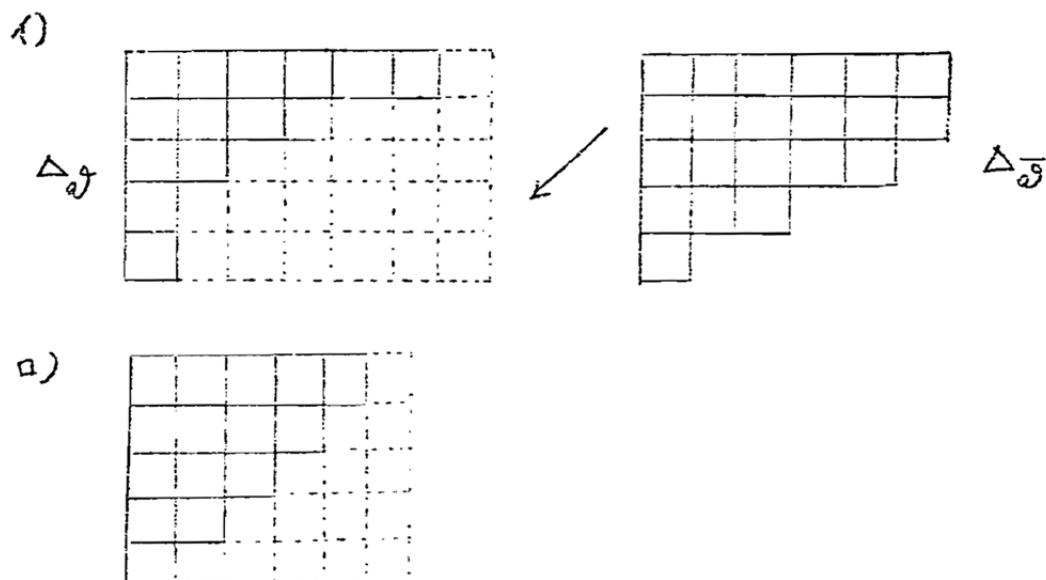
$$\tau_i(\Lambda) = -m_0 \lambda_0 - \dots - m_n \lambda_n$$

$\therefore \varphi^{A_i}$, 最高 Gewicht ハ

$$\Lambda^{A_i} = (m - m_n) \lambda_0 + \dots + (m - m_0) \lambda_n,$$

m ハ任意

φ , diagram Δ_{φ} ト, $\bar{\varphi} = \varphi^{A_i}$, diagram $\Delta_{\bar{\varphi}}$
 トノ關係ハ, $\Delta_{\bar{\varphi}}$ ヲ 180° 廻轉シテ Δ_{φ} ト合セルト丁度合フ
 様ニナツテキル。



特 = 上ノ圖 ロ)ノ様 = 180° マハシテ自今自身ト合フ様ナ
 diagramヲモツ $q̄ = \overline{q̄}$ ハ、 $q̄ \sim \overline{q̄}$ 、即チカマ
 ナ既約表現 $q̄$ ハ outer automorphismデモ invariant
 ナ、從ツテソレノツグケデーツノ (A)-類ヲ作ツテ居
 ル。圖ロ)ハ Lie環 A_4 ノ正規表現ノ diagramデア
 ヲツテ、從ツテ定理 [4.7] 系ニ依ツテモ當然 $q̄ \sim \overline{q̄} = +$ ル
 筈デアル。

diagram (即チ最高 Gewicht) デ云ヒ表ハセバ、
 $q̄ \rightarrow \overline{q̄}$ ハ上ノ通りデアルガ、直接表現トシテ云ハバ、 $q̄$
 ハ $q̄ = \text{kontragredient + Darstellung} = \text{他}$ ナ
 ラナイ。即チ

$$\overline{q̄}(S) \sim -q̄'(S)$$

何トナレバ、 $q̄$ ノ Gewichtガ $\Lambda_1, \dots, \Lambda_g + \alpha, -q̄'$
 Gewichtハ明カニ $-\Lambda_1, \dots, -\Lambda_g$ 即チ $\lambda = -\alpha$ ヲ
 施スコトニヨツテ得ラレルカラデアル。之ハ $q̄$ ガ既約デナク
 テモ一般ニ云ヘル。マトメルト:

A_n / 表現全体ヲ互 = *kontragredient* + ϵ / ,
pair = 含ケルト, ソレヲ (A)-Klasse デアル。同
 ジ *pair* = 属スルニツガ一致スルトキ, 其ノ時 = 限リ, ソ
 ノ表現ハ $\mathcal{O}$ 全体デ *invariant* デアリ, 若レニツガ實際
 異ナツテ居レバ, *outer autom.* = 依ツテ同ジ *pair* / 地
 ノ一ツ = 移ル。

ii) D_n 型 ($n \geq 5$) $\alpha = \alpha_0 + A, \alpha_0, \gamma = \gamma + \tau, \gamma$
 $\tau, (\lambda_i) = \lambda_i, i = 1, \dots, n-1, \tau, (\lambda_n) = -\lambda_n$
 τ = 相當スル A_1 ハ, D_n ヲ $2n$ 次元ノ歪對称行列全体ヲ
 フラハシタトキ, 超平面 = 開スル *Spiegelung* 7 *trans-*
form スルコト = 當ル。表現 α 7 決定スル 最高 *gewicht*
 7

$$\Lambda = m_1 \lambda_1 + \dots + m_n \lambda_n$$

トスレバ, m_i ハ次ノ條件ヲ満足シ, 夫レ以外ハ任意デアル
 (Weyl 参照):

$$m_1 \geq m_2 \geq \dots \geq m_{n-1} \geq |m_n|$$

$$\text{且 } m_1 \equiv m_2 \equiv \dots \equiv m_n \equiv 1 \text{ or } \frac{1}{2} \pmod{1}$$

$\alpha^* = \alpha \wedge m_1 \lambda_1 + \dots + m_{n-1} \lambda_{n-1} - m_n \lambda_n$ 7 *extremes*
*Gewicht*³⁾ = 持ツガ, 之ハ同時 = 最高デアル。

3) *poids frontière* (Cartan). 即チスベテノ *Ge-*
wichte が Λ 7 通ルアル超平面ノ片側ニアル様ナ Λ . 最高
Gewicht (*poids dominant*) ハソノ一例, 而モ表現が既
 約ナ Λ , 然レノ *p. fr.* ハ *p. dom.* = *equivalent* デアル。

従って q^j が O -invariant + $\times \times = \wedge m_n = 0$ が必要
且十分である。(特 = $m_i \equiv \frac{1}{2} + \nu$ Spinor-表現は何
時でも O -invariant でなく従って, (A)-類ハ丁度二ツ
ノ表現ヲ含む)。

iii) D_4 型。之レが一番複雑である。

$$O = O_0 + A_1 O_0 + \dots + A_5 O_0,$$

$$\gamma = \gamma + \tau_1 \gamma + \dots + \tau_5 \gamma.$$

γ/γ ハ 三次ノ對稱群 = isomorph である, τ_i ハ Ge-
wicht / space $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$ ノ $\sim$ 次交換トシ
テ

$$\tau_1 = \begin{bmatrix} -1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix}, \quad \tau_2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ & 1 & 1 & -1 & -1 \\ & 1 & -1 & 1 & -1 \\ & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(\tau_1^2 = 1, \tau_2^3 = 1) \quad \tau_3 = \tau_2^2, \quad \tau_4 = \tau_2 \tau_1 = \tau_1 \tau_2^2,$$

$$\tau_5 = \tau_1 \tau_2 = \tau_2^2 \tau_1$$

トナツテ居ル。(例ハ Gantmacher: l.c. 参照)

既約表現, 最高 Gewicht が

$$m_1 \lambda_1 + m_2 \lambda_2 + m_3 \lambda_3 + m_4 \lambda_4$$

$$m_i \equiv m_2 \equiv m_3 \equiv m_4 \equiv 0 \text{ or } \frac{1}{2} \pmod{1}$$

$$m_1 \geq m_2 \geq m_3 \geq |m_4|$$

ナルトキ q^{A_i} / 最高 Gewicht ハ簡單ナ計算ノ結果次ノ

様 = ナル。但シ $M = \frac{1}{2} (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)$ ト

スル。

$$q: m_1 \lambda_1 + m_2 \lambda_2 + m_3 \lambda_3 + m_4 \lambda_4$$

$$q^{A_1}: m_1 \lambda_1 + m_2 \lambda_2 + m_3 \lambda_3 - m_4 \lambda_4$$

$$q^{A_2}: (M - m_4) \lambda_1 + (M - m_3) \lambda_2 + (M - m_2) \lambda_3 - (M - m_1) \lambda_4$$

$$q^{A_3}: M \lambda_1 + (m_1 + m_2 - M) \lambda_2 + (m_1 + m_3 - M) \lambda_3 - (m_1 + m_4 - M) \lambda_4$$

$$q^{A_4}: (M - m_4) \lambda_1 + (M - m_3) \lambda_2 + (M - m_2) \lambda_3 + (M - m_1) \lambda_4$$

$$q^{A_5}: M \lambda_1 + (m_1 + m_2 - M) \lambda_2 + (m_1 + m_3 - M) \lambda_3 + (m_1 + m_4 - M) \lambda_4$$

之レヲ q , (A)-類ハ完全ニ決ルヲアルガ, 表現 q ト
表現 q^{A_i} トノ關係ハ A_n -type, 時ノ様ニ明瞭デタイ。
第一, 元, Lie 環ノ Autom. A_2 等ガ實際ドンナモ, 大
カヨク余ヲタイカラデアル。(之レガ見通レヨク余ルト相當
面白イト思フ。筆者ガ知ラタイダケデ Cartan, ドコカ
ニ書イテアルノカモ知レタイ)

猶、既約表現 q ヲ變ヘタイ Autom. ノ群 σ_q ハ Ge-
wicht ノ係數ノ性質ニ従ッテ大々次表ノ様ニナル。

q , 最高 gewicht = 於			σ_q	q , (A)-類 member 數
m_4	$m_1 + m_4 - M$	$M - m_1$		
$\neq 0$	$\neq 0$	$\neq 0$	σ_0	6
$= 0$	$\neq 0$	$\neq 0$	$\sigma_0 + A_1 \sigma_0$	3
$\neq 0$	$= 0$	$\neq 0$	$\sigma_0 + A_4 \sigma_0$	3
$\neq 0$	$\neq 0$	$= 0$	$\sigma_0 + A_5 \sigma_0$	3
$= 0$	$= 0$	$= 0$	σ	1

σ_0 ヲ含ム σ ノ部分群中, 交代群ニ相當スル $\sigma_0 + A_2 \sigma_0$
 $+ A_3 \sigma_0$ ノ如クハ σ_q トレテ表ハレタイ。

iv) E_6 . これは Lie 環自身ノ構造ガ複雑デ、正体
ガヨク掴メナイ。併シ兎ニ角 $\alpha = \alpha_0 + A, \alpha_0, \gamma = \gamma + \epsilon\gamma$
デテ、ハ

Wurzelsystem:

$$\left\{ \lambda_p - \lambda_q, \frac{\lambda_p + \lambda_q + \lambda_r - \lambda_s - \lambda_t - \lambda_u \pm (\lambda_7 - \lambda_8)}{2}, \pm (\lambda_7 - \lambda_8) \right\}^6$$

rotation トシテ $(\lambda_i) = -\lambda_i, i = 1, \dots, 8$ ガ
與ヘラレル。故ツテ $\mathfrak{g}^A, A_n$ ノバアヒト同ジク *contragredient* Darstellung $\mathfrak{g}$ トナル。

最高 Gewicht ガ實際ニドウ変ルカラ計算スルコトハ
容易デアルガ、書イテモツマラナイカラ略スコトニスル。唯
 $\mathfrak{g}^A + \mathfrak{g}$ ノ既約表現 $\mathfrak{g}$ ガ實際存在スルコトヲ注意シテ
オカウ。(次ノ定理ノタメニ)

定理 [4.9] (定理 [4.6] ノ逆) 「複素係数ノ単純
純 Lie 環 $\mathfrak{g}$ ノ Autom. A ガドノ (既約) 表現ヲモ変ヘ
ナイカラ、 A ハ内部同型デアル。」

証明. $\mathfrak{g}$ ノ単純環ノ直和ニ分ケテ $\mathfrak{g} = \mathfrak{g}_1 + \dots + \mathfrak{g}_s$
トシ、 $\mathfrak{g}_i$ ノ Autom. A ガ $\mathfrak{g}$ ノ如何ナル表現ヲモ変ヘナ
イト假定スル。

先ヅ A ハ $\mathfrak{g}$ ノ各単純成分ヲ *permute* セズ夫自身
ニ字ス。∴ 例ヘバ $A \mathfrak{g}_i = \mathfrak{g}_i$ ガトスル。 $\mathfrak{g}_i$ ノ表現デ 0 デ
ナリトモ、 $\mathfrak{g}_i$ ノ任意ニトリ、 $\mathfrak{g}$ ノ表現

$$\mathfrak{g} = \mathfrak{g}_i \times 0 \times \dots \times 0$$

ヲ作ル。表現 $\mathfrak{g}^A$ ハ

$$a^A = 0 \times \cdots \times 0 \times a_i^{A_i} \times 0 \times \cdots \times 0$$

ノ形ニナル。 $a^A \sim a$ ナルタメニ $i=1$ デナレバナラ
 ナイ、即チ $A a_i = a_i$ 、一般ニ $A a_i = a_i$ 。 故ニ A ハ
 単ニ $a_1, \dots, a_s$ / Autom. $A_1, \dots, A_s$ ナ組合セタメ
 ナデアル。

而ニ A_i ハ a_i / 任意ノ表現 $a_i = \text{對シテ } a_i^{A_i} \sim a_i$ ナ
 ナレバナラナイ。 所ガ a_i ガ單純ナトキニハ $\alpha_{a_i} = \alpha_0(a_i)$
 ナル表現 a_i ガ必ズアル。 ($\alpha = \alpha_0$ ナル單純環ナハ問題
 ナナイ。 $\alpha \neq \alpha_0$ ナル A_n, D_n, E_6 ニ於テモ既ニ述ベタ
 所ヲ調べテ見ルト $\alpha_{a_i} = \alpha_0$ ナル既約表現 a_i ガ必ズア
 ル) 故ニ $A_i \subset \alpha_0(a_i)$ ナレバナラナイ。

他ノ A_i ニツイテモ同様デアル。 a_i ナ無限小交換群ニ
 モツ單一連結ナ Lie 群ヲ a_i トスレバ、 A_i ハ a_i / 元 a_i
 ニヨル内部同型ニヨツテ惹キオコサレル。 σ = 對應スル單
 一連結ナ Lie 群ハ $a = a_1 \times \cdots \times a_s$ デアツテ、ソノ
 元 $a = a_1 \times \cdots \times a_s$ ニヨル内部同型ガ、 σ = 於テ正ニ
 A ナ惹起スコトハ明カデアル。 故ニ A ハ Lie 環 σ / 内部同
 型デアル。 g.e.d.

[注意1] 上ノ定理ノ証明ニ單純環ノ分類ト個々ノ單純環
 ノ表現ノ性質ヲ使ツタノハマツイ。 もっと一般的方法ヲ証
 明デキレバ面白イト思フ。

[注意2] シクトモ準單純環ニ關スル限リハ、定理 [4.6],
 [4.8] ニ依ツテ複素係數ノ Lie 環ノ内部同型ノ「代數的」
 特徴ヅケガ出来タワケデアル。

從ッテ基礎体ノ如何ニ係ラズ「準單純 Lie 環」如何
トル表現ヲモ変ヘナイヤリナ自己同型ヲソノ「内部同型」ト
云フ。ト一應定義シテモ、普通ノ場合ト矛盾シナイコトニナ
ル。但シ此定義が準單純以外ノ場合ニモ *justify* サレルカ
ドウカハ分ラナイ。

マツイ事ニハ有限群ノバアヒニハ定理 [4.6] ハ偽デ、
シタガツテ内部同型ハ上ノ様ニ *characterize* デキナイ、
トイフノハ、有限群 G ノ自己同型 A が若シスベテノ元ヲソ
ノ共軌類ノ中デ動かスナラ、 A ハ任意ノ表現ノ指標ヲ変ヘズ
從ッテ表現類ヲ変ヘナイカラ上ノ意味ノ「内部同型」デアルガ
有限群ニ於テハ共軌類ヲ *permute* シナイニモカ、ハラ
ズ内部同型デナイヤリナ自己同型が存在スル例ガ知ラレテ居
ル。(Burnside: On the outer isomorphism
of a group, Proc. London Math. Soc. (2) 11,
(1911), p. 40-42) 尤モ Burnside 1 example ハ
(order p^6) metabel 群デアル。Lie 環ノバア
ヒデモ、恐ラク可解又ハ巾零環ニ就テハ、上ノ *characte-*
risation ハ駄目デアラウ。

[注意3] 基礎体ヲ一般ノ代数的閉体カラ複素數体ニ限ラ
ナケレバナラナクナツタノハ、*infinitesimal* カラ有限
ノ Lie 群ニ移ッテ議論スルタメニ標數ノ *Topologie*
ヲ必要トシタカラデアル。ソレ以後ノ議論デ *essential*
ナハハ次ノ事實デアアル。

「 f^* , f 」ヲ正則元ヲ含ムニツノ最大可換部分環トスル

トキ、 $f^* = Uf + v \text{ Autom.}$ U がアリ、而して U は如何ナル表現ヲモ変ヘナイ」

既ニ述ベタヤウニ、之ハ複素数体デハ成立ツ。之レカラ、基礎体 P が代数的閉体デ而して複素数体 K 一代数的ニ *linear* デキルモノデサヘアレバ上ノ事実が成立ツコトが容易ニナル。何トナレバ、 U ヲ *matrix* トシテ表ハセバ、i) U が $\mathcal{O}_P$ ノ *Autom.* デアル事、ii) $Uf = f^*$ 、iii) U がイカナル表現ヲモ変ヘナイコトハ U ノ *matrix* ノ元ヲ未知数トシ係数が P 属スル代数方程式ノ *system* デ表ハサレル。ソレガ $P - K$ ニ於テ解ケルコトが分ツテ居ルカラ、 P ニ於テモトケル。⁴⁾

上ノ様ナ P ハ標数 0 ノ代数的閉体トシテハカナリ一般ナモノデアル。スナハチ P ノ元デ素体 (=有理数体) Γ ニ関シテ代数的ニ独立ナモノノ数 (濃度)、所謂 P ノ Γ 上ノ *Transzendenzgrad* が K ノソレヲ超エサヘシナケレバヨイ。 K ノ *Transzendenzgrad* ハドレダケダカ知ラナイガ、兎ニ角可附番ヨリ大キイコトハ確カダカラ、普通考ヘル P ナラ大抵大丈夫デアル。コノヤウニ基礎体ニ對シテハ上ニ述ベタ事、特ニ個々ノ單純環ニ就テ述ベタ事ハ全部成立ツ。

Transzendenzgrad が之レ以上大キクナツタ爲ニ定理が成立タナクナルトハ殆ンド考ヘラレナイ。従ツテ事實上任意ノ標数 0 ノ代数的閉体デ成立ツデアラウ。結果が

4) コノ考ヘ方ハ中山サンニ教ヘテ頂キマシタ。

純代数的だから、斯様+ "topologisch-algebraisch"
+ 方法ハ、結局ハ "algebraisieren" デキルモノト想
像サレル。Weyl が所謂 unitarian trick デ
"topologisch-algebraisch" - 証明レタ表
現ノ完全可約性が、後 = Brauer, Whitehead 等 =
依リ "algebraisieren" サレタ様ニ。