OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Vollstandig primarer Ring ノ上ノ行列環ニツイテノ注意
Author(s)	松島, 興三
Citation	全国紙上数学談話会. 1941, 217, p. 265-267
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74861
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

931. Vollständig primärer Ring ノ上ノ行列環ニツイテノ注意

松島與三(阪大中期)

primärer Ring ノ構造ノ主定理トシテ「ソレハ vollständig primärer Ring ノ上ノ行列環ニナル」ガアリマスガ。ソノ逆ハ無條件ニハ成立タナイ様デス。Deuring ノ本ニハ voll. primärer Ring 上ノ行列環ガ halbprimar ナラバ，ソレハ primär デアルトイフ風ニアリマスガ、証明ヲ見レバ Radikal ノ存在ガケレカ假定シテアリマセン．ソコデコレヲモウ少シ弱イ條件デ置キカヘルコトヲ考ヘテ見マシタ。

マヅ準備トシテ

Def. Schiefring o が Eins ヲモチ、Radikal $\mathfrak{R}$ ガアッテ、Restklassenring $o/\mathfrak{R}$ が einfach ニナル場合 o ヲ primär トイフ。
$o/\mathfrak{R}$ が更ニ Schiefkörper ニナル場合ヲ vollständig primär トイフ．(Radikal ノ定義ハ Deuring ノ本ニヨル)

1. o が primär ナラバ、eigentlich + reguläres zweiseitiges Ideal ヲモタナイ．又 einseitig + reguläres Ideal ハ Idemptent ヲ有スル．但シ reguläres Ideal トハ少クトモ1ツ

nilpotent ナラザル Element ヲフクム Ideal ヲ
イフ。

(証)

$\mathfrak{o}$ ガ regulär + 両側 Ideal $\mathfrak{b}$ ヲフクメバ $(\mathfrak{b},\mathfrak{p})/\mathfrak{p}$
ハ $\mathfrak{o}/\mathfrak{p}$, (0) ナラザル両側 Ideal デ $\mathfrak{o}/\mathfrak{p}$ ハ einfach
デアルカラ, $(\mathfrak{b},\mathfrak{p})/\mathfrak{p} = \mathfrak{o}/\mathfrak{p}$. 故ニ $(\mathfrak{b},\mathfrak{p})$
$= \mathfrak{o}$.

故ニ $\mathfrak{o}$ ノ Eins e ハ $e = b + r$ $b \in \mathfrak{b}$ $r \in \mathfrak{p}$
ト表サレル。

$$e = e^2 = b^2 + br + rb + r^2$$

$\mathfrak{b}$ ハ両側 Ideal ダカラ $b^2 + br + rb = b^{(1)} \in \mathfrak{b}$

$$= b^{(1)} + r^2$$

同様ニシテ $e = e^n = b^{(n)} + r^{2n}$ n ヲ十分大ニトレバ $r^{2n} = 0$

$$= b^{(n)} \in \mathfrak{b}$$

故ニ $\mathfrak{o} = \mathfrak{b}$

次ニ $\mathfrak{l}$ ヲ $\mathfrak{o}$ ノ regulär + 左 Ideal トスレバ, $\mathfrak{l} \subset \mathfrak{l}\mathfrak{o}$
+ル故 $\mathfrak{l}\mathfrak{o}$ ハ regulär + 両側 Ideal ニナリ. 故ニ

$\mathfrak{l}\mathfrak{o} = \mathfrak{o}$

従ッテ $e = b \cdot a$ $b \in \mathfrak{l}$ $a \in \mathfrak{o}$ ト表サレル.

$ab \in \mathfrak{l}$ デ $(ab)a = a(ba) = a \neq 0$ ダカラ $ab \neq 0$ デ
$ab \cdot ab = a \cdot ba \cdot b = ab$ デ ab ハ $\mathfrak{l}$ ニフクマレル
Idempotent デアル。 (q.e.d)

vollständig primärer Ring $\mathfrak{o}$ ハ Eins
以外ニ Idempotent ヲフクマヌカラ、(Klein'ring,

Algebren P. 18) 上ノコトヨリ, regulär + ein seitiges Ideal ハ einsヲフクミ、従ッテ, $\mathfrak{R}$ ハ eigentlich + reguläres Idealヲフクマヌコトガワカル。

2. Schiefring α ノ2ッノ Linksnilideal l_1, l_2 ヲトルトキ Summe (l_1, l_2) ハ Idempotentヲフクマナイ。

コレハ, Köthe ノ論文 (Math. Zeit. 32, 1930) ニ証明シテアリマス。

3. $\mathfrak{o}$ ヲ vollständig primärer Ring トシ、$\mathfrak{o}_s$ ヲ $\mathfrak{o}$ ノ上ノS次ノ Matrizeuring トスル。$\mathfrak{o}_s$ ガ primär ナルタメノ必要且ツ十分ナル條件ハ $\mathfrak{o}_s$ ノ reguläres Ideal ガ Idempotentヲフクムコトデアル。

(証)

必要ナルコトハ ノヨリ明カデス。

十分ナルコトハ, Radikal ヲ $\mathfrak{R}'$ トスル。

$\mathfrak{R} = \mathfrak{R}' c_{11} + \mathfrak{R}' c_{12} + \cdots\cdots + \mathfrak{R}' c_{ik} + \cdots\cdots + \mathfrak{R}' c_{ss}$ トスレバ $\mathfrak{R}$ ハ $\mathfrak{o}_s$ ノ両側 Ideal ナルコトハ明カデアル。(但シ c_{ik} ハ行列単位) $l_i = \mathfrak{R}' c_{1i} + \mathfrak{R}' c_{2i} + \cdots\cdots + \mathfrak{R}' c_{si}$ トオケバ, l_i ハ $\mathfrak{o}_s$ ノ Linksnilideal デ, $\mathfrak{R} = l_1 + \cdots\cdots + l_s$ デアルカラ、2ト假定ヨリ $\mathfrak{R}$ ハ nilideal