



Title	標數 p ノ係數体ニ於ケル Gruppenring ニツイテIII
Author(s)	大島, 勝
Citation	全国紙上数学談話会. 1941, 219, p. 360-364
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74875
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

945. 標数 p の係数体 = 於ける

Gruppenring = ツイテ III

大 島 勝 (商短高校)

I 及び II = ツイテ中山サンカラ、次ノマウ + 御教示ヲ
受ケマシタカラ補足トシテ述べマス。

即ち I = 於ける O_f の位数 q' の *Normalteiler* q
ヲモテバ *Gruppenring* Γ が *Primär zerleg-*
bar ナルコトノ証明 = 於テ Γ の構造ヲ用ヒナクトモ、
character 計算 = ヨリ必要十分条件トモ一貫シテ証明
出来ルコト。

次 Π 二於テ $\overline{Z}_i$ カスベテ既約ナルタメノ必要十分条件トシテ Γ カ *Primär zerlegbar* テ $Sp(C) = n$ ナルコトヲ証明シテ、注意トシテ一般ニ $Sp(C) \geq n$ カ成立スル、デハナイカト書イテオキマシタ所、コレモ一般ノ場合ニ証明出来テ、且ツ $Sp(C) = n$ ナルトキハ $\overline{Z}_i$ カスベテ既約ニナルコトヲ証明シテ頂キマシタ。従ツテスベテノ $\overline{Z}_i$ カ既約ナルタメノ必要十分条件トシテハ 單ニ $Sp(C) = n$ カケデ良イコトニナリマス。

先ツ最初ノ方ノ証明カラ、 φ カ位数 q' ノ *Normalteiler* φ' ヲモテバ Block B_i ハ *Primär* テアル (Brauer - Nesbitt P. 587) F_K 及ビ U_K ノ Character $\gamma \varphi^{(K)}$, $\eta^{(K)}$ トスレバ $\eta^{(K)}$ ハ $\eta^{(1)} \times \varphi^{(K)}$ ノ中ニ含まレル。(Brauer - Nesbitt P. 580 冒頭)。シカルニ $\eta^{(1)}$ ハ B_i カ *Primär* ナカラ $\varphi^{(1)}$ ナケカラ成ツテキルコトカラ $\eta^{(1)} \times \varphi^{(K)}$ ハ $\varphi^{(K)}$ ($= 1 \times \varphi^{(K)} = \varphi^{(1)} \times \varphi^{(K)}$) バカリ、故ニ $\eta^{(K)}$ ハ $\varphi^{(K)}$ ノミカラ成ツテキル。コレガスベテノ K ニツイテ成立スルカラ、スベテノ Block カ只一ツノ *mod. irred. Char.* ヨリナリ Γ カ *Primär zerlegbar* テアル。

$Sp(C) \geq n$ ナルコトノ証明

$$C = D'D$$

$$D = D \text{ ハ}$$

$$\begin{array}{c}
 F_1 \ F_2 \cdots F_k \cdots F_k \\
 \left(\begin{array}{c}
 Z_1 \\
 Z_2 \\
 \vdots \\
 Z_i \\
 \vdots \\
 Z_n
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \quad , \quad d_{ik} \geq 0$$

故 =

$$C_{kk} = \sum_{i=1}^n d_{ik}^2$$

$$Sp(C) = \sum_k^k C_{kk}$$

$$= \sum_{k=1}^k \sum_{i=1}^n d_{ik}^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^k d_{ik}^2$$

各 i = ツイテ少クトモ一ツ $d_{ik} \neq 0$ + ル k がアルカラ

$$\sum_{k=1}^k d_{ik}^2 \geq 1$$

モ $d_{ik} \neq 0$ + ル d_{ik} が少クトモ二ツアルカ、或ヒハ
 $d_{ik} \geq 2$ + ル k が少クトモ一ツアレバ、確カ = 不等号が成立スル。

故 = 一般 =

$$Sp(C) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^k d_{ik}^2 \geq \sum_{i=1}^n 1 = n$$

等号が成立スルニハ、スベテ、 i = ツイテ $d_{ik} = 1$,

$d_{i\lambda} = 0$ ($k \neq \lambda$) が成立スルトキ = 限ル。コノコトハ表現ノ方デ考ヘレバ

$$\bar{Z}_i \cong F_k$$

ナルコトヲ示シテキル。即チ $Sp(C) = n$ ナルトキハ、スベテノ $\bar{Z}_i$ が既約デアール。Block $B_k =$ 属スル Z_i ハ $\bar{Z}_i \cong F_k$ ヲ満足スルモノノミカラナツテキルコトモ明カデアール。

次ニ逆ノ方、即チスベテノ $i =$ ツイテ $\bar{Z}_i$ が既約ナルトキハ $Sp(C) = n$ ナルコトヲ証明スル。

$$\bar{Z}_i \cong F_k$$

トスレバ $d_{ik} = 1, d_{i\lambda} = 0$ ($k \neq \lambda$)。

$$\text{従ツテ } Sp(C) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^k d_{ik}^2 = n \text{ トナル。}$$

以上ヲマツレバ

定理 O_f ノ既約表現 Z_i が mod. field = 移ツタトキスベテ既約ナルタメノ必要且ツ十分ナル條件ハ Cartan Invariants ノナル Matrix $C =$ ツイテ

$$Sp(C) = n$$

が成立スルコトデアール。

$Sp(C) = n$ デアレバ、スベテノ $i =$ ツイテ $d_{ik} = 1, d_{i\lambda} = 0$, ($k \neq \lambda$) ナル故 $C = D'D$ ヲリ Matrix C ハ diagonal Matrix トナル。即チ Γ ハ primär zerlegbar デアル。従ツテ O_f ハ位数 q' ノ Normalteiler $\gamma \in O_f' =$ 含マレル O_f ノ共轭類ノ中、ソノ含

μ 元ノ個数 g_k ($k=1, 2, \dots, k$) ガ丁度 p^a ガ割レル
 元ノ個数ヲ m_α トスレバ

$$Sp(c) = \sum_{\alpha=0}^a m_\alpha p^{a-\alpha}$$

ナル故、上ノ定理ヲ群論的ニ云ヒトホセバ、IIニ述ベタ定理
 ヲ得ルヲケダアル。

(註): 大島氏ノコノ群論的 *formulation* が大変面白ク、上
 記私ノ一寸オ手傳ヒシタ部分ハイハジ豫備ニスギマセ
 ン。(中山)