



Title	能代氏ノ豫想ニツイテ
Author(s)	有馬, 喜八郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1941, 219, p. 375-379
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74878
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

948. 能代氏ノ豫想ニツイテ

有馬 喜八郎 (阪大)

以下ノ事ニツイテハ能代氏著“最近ノ函数論”第二節有理型函数ノ逆函数ヲ参照シテ下サシ。

(I) 同書 p. 36ニ有理型函数ニ関スル Gross, term 定理が述べテアリマス。

$w = f(z)$ $|z| < \infty$ ニ於テ有理型, $z = \infty$ ヲ本性特異点トシ、逆函数ヲ $z = g(w)$ トシマス。

$z = g(w)$ ノ一ツノ正則ノ要素 $z_0 = P(w, w_0)$ ヲ中心 w_0 ヲ出ル各半直線 $\arg(w - w_0) = \theta$ ニ沿フテ Weierstrassノ意味ノ解析接続が可能ナル限り之レヲツヅケル特ニツノ場合ヲ區別サレマス。

(1) $w = \infty$ ノ直前迄解析接続が出来ル場合

(2) 有限ノ点ヲ特異点ニ出會フ場合

(2)ノ場合ヲ同書ニ従ヒ便宜上 singular rayト云フコトニシマス。

w_0 ヨリ各 singular rayニツイテ w_0 カラ最初ノ特異点ト $w = \infty$ トヲ結ブ線分ヲ w 平面カラ取り除ケバ、星狀領域 D ヲ得ラレマス。 D ニ於テ z_0 ハ $z = g(w)$ ノ一價正則且、單葉ト分岐ヲ定義シマス、ユノ分岐自身ヲ $z = g(w)$ ヲ表ハシマス。トキ Grossノ定理が成立シマス。

Grossノ定理

singular ray: $\arg(w-w_0) = \theta$ / 偏角 θ /
集合ハ Lebesgue / 意味ヲ測度 0 ナリ。

コノ時 w_0 カラ最初ノ特異点ガ代数特異点ガ代数特異点デ
アル半直線ノ個数ハ高々可附番無限デ、 w_0 カラ最初ノ特異
点ガ超越特異点デアルヤウナ半直線デハ w ガ ∞ ノ特異点 =
半直線上 = 沿フテ近ヅクトキ $\varphi(w) \rightarrow \infty$ ナリマス。

上ノ事ト同書 = ノツテキル種々ノ定理ヨリ次ノ如キ能代
氏ノ豫想ガ提出サレル訳デス。

(II) 能代氏ノ豫想 (同氏著 p. 46 参照)

或ル Z_0 ノ中心トスル星狀領域 Δ = 於テ $w = f(z)$ ノ正
則單葉トシタトキ若シ Z_0 ノ出ル半直線 = 沿ウテ Δ ノ境界点
 z' = 近ヅクトキ恒ニ $f(z)$ ガ漸近値ヲ持ツトスレバ w 平
面上ノ絶対調和測度 0 ノ集合 E = 含フレル漸近値ヲ與ヘ
ル方向 $\arg(z' - z_0) = \theta$ ノ集合ハ Lebesgue 測度
0 デアル。

[注意]

前後敘シマスガ Gross ノ定理ハ $\varphi(w)$ ガ單葉且ツ
singular ray = 沿フテ特異点 = 近ヅクトキ $\varphi(w) \rightarrow \infty$
ナルコトノミヲ利用シテ証明出来マス、詳細ナ証明ハ能
代氏ノ著書又ハ Nevanlinna 著 Eindeutige
Analytische Funktionen (1936) テ参照
シテ下サイ。

(III) Arhangel'skii Det Norske Viden-
skaps-Akademie (1937) = 於テ Selberg

ハ次ノ定理ヲ述ベテ居マス。

Selberg ノ定理

$B \neq \infty$ ヲ含ム平面ノ領域トシ、 Γ ノ Rand Γ トス。Kapazität $C(\Gamma) = 0$ + ヲバ ∞ + ル B ノ近キニテハ調和デ ∞ ノ近傍ニテハ

$$\log |z| + w(z)$$

但シ $w(z)$ ハ ∞ ニテ調和函数トナリ、 ∞ ニ近キニテ Γ ニ近キトキハ $-\infty$ ニテ一様ニ収斂スル調和函数 $U(z, B)$ が存在ス。

コノ Selberg ノ函数ヲ用ヒテ能代氏ノ豫想ヲ証明致シマス。

(IV) (II)ノ豫想ニテ $B \neq E$ ト考ヘ且ツ E ハ w 平面上ニアリト考ヘテ Selberg ノ函数 $U(w, E)$ ヲ作りマス。

$U(w, E)$ ノ共軛調和函数ヲ $v(w, E)$ トシ

$$\Phi(w, E) = U(w, E) + i v(w, E)$$

ヲ考ヘマス。コレハ多価函数デス。

$f(z)$ ハ Δ ノ單葉性ニヨリ Δ 内ニテ E 上ノ値ヲトリマセン。

故ニ Monodromy Satz = ヲリ $\Phi(w, E)$ ノ分岐ヲ定ムルト $\Phi[f(z), E]$ ハ Δ 内ニテ一價正則函数トナリマス。

然ルニ $U(w, E)$ ヲ作ル方法ヲ吟味シテミマス。ト $\Phi(f(z), E)$ ノ單葉性が成立シマス。コレニツイテハ

Selberg の論文ヲ研究シテ下サイ。

且ツ上ノ $U(z, B)$ ノ性質ニヨリ $[f(z), E]$ ハ問題ノ方向ニ對シ $[f(z), E] \rightarrow \infty$ が成立シマス。

従ツテ (II) ノ注意ニヨリ Gross ノ定理ノ証明ヲソノママ $[f(z), E]$ ニ應用スル、豫想定理が証明デキマス。尚ホ念ノタメ Capacity 0 ノ集合ハ絶対調和測度 0 デアルコトヲ注意シテオキマス。

(V) 以下簡單ニ得ラレル系ヲ述ベマス。

Hevanlinna ノ最大値原理 (Hevanlinna 著書 p. 134) ト Lindelöf ノ最大値原理ヲ同時ニ含ム次ノ定理が得ラレマス。

系 1. $w = f(z)$ ノ任意ノ Jordan 領域 D = 於テ一價正則且ツ境界 C 上ノ絶対調和測度 0 ナル集合 E ヲ除キ他ノ境界点 $z' =$ 於テ $\overline{\lim} |f(z)| \leq 1$ トスレバ D = テ到ル所 $|f(z)| \leq 1$ デアルカ、又ハ D ハ ∞ ヲ漸近値トスル $w = f(z)$ ノ漸近道ヲ含ム。

(注意) 証明ハ能代氏著書 p. 45 ヲ参照サレタシ、定理ノ E ハ絶対調和測度 0 ナル集合ノ高々可附番個ノ和集合トシテ E 成立スルコトハ明カデス。

系 2. $f(z)$ ハ全平面ニテ絶対調和測度 0 ナル集合 E ヲ真性特異点トスル有理型函数トス。モシ $f(z)$ が α ヲ有限回以上トラケレバ領域ハ α ヲ漸近値トスル漸近道ヲ含ム。

上ノ系ニテ絶対調和測度 0 ナル真性特異点ヲ有スル

$f(z)$ は真性特異点、近傍ニテ如何程デモ大ナル値ヲトル
コトニ注意シマス。ト次ノ定理ガ成立シマス。

系3. 能代氏ノ定理

$f(z)$ は単一連結ノ面分 D ニテ絶対調和測度0ノ真性
特異点ノ集合ヲ除キ有理型トス。

モシ真性特異点 $z = Z$ ノ近クニテ $f(z) \neq a$ ナラバ
スベテノ $\delta > 0$ ニ對シテガ連續曲線ニ沿フテ $|z - Z| < \delta$ ノ
特異点ニ近ヅクトキ $f(z) \rightarrow a$ ガ成立ス。

系2, 系3ハ $\frac{1}{f(z)-a}$ ノ逆函数ヲリーマン面上デ考ヘ
レバ宜シクケデス。