



Title	Connected Vector-lattice 3
Author(s)	中野, 秀五郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1941, 220, p. 398-402
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74882
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

952. Connected Vector-lattice 3

中野 秀五郎 (東大)

VI. 此ノ前ハ *bicompact Hausdorff space* B 上 $\mathcal{C}$ continuous bounded $\rightarrow$ function 全体ノ *Vector-lattice* $\mathcal{M}$ が *complete* ナリトシ、必要條件トシテ $\mathcal{M} = \overline{\mathcal{C}}$ *regular closed set* がスベテ *open* ナルコトヲ証明シタ。此処ヲハ、 $\mathcal{M}$ が σ -*complete* ナルノ條件ヲ與ヘヨウ。

定義 F_α ナル *open set* ノ *closure* ヲ σ -*regular closed set* ト云フコトニスル。
 F_α トハ *closed set* ノ、高々可附番個ノ和ノ意味デア
 ル。

定理 $\mathcal{M}$ が σ -*complete* ナリトシ、必要且ツ
 充分ノ條件ハ、*space* B ノ σ -*regular closed set* が悉ク *open* ナルコトナリ。

証明 証明ハ *complete* ノ場合ト大体同様デハ
 7.1 が、此ノ度ハ *Bochner-Phyllips* ノ定理ヲ用
 7.2 コトが出來ナイ。

先ツ、 $\mathcal{M}$ が σ -*complete* トスル。今 B 内ノ任意
 ノ σ -*regular closed set* ヲ M トスル。然ル時
 ハ定義ヨリ

$$M = \overline{O} \quad O = \sum_{i=1}^{\infty} F_i \quad (F_i \text{ closed}) (O \text{ open})$$

＋ル形＝テ表、サレ。

Bハ当然 normal デアルカラ Uryson / 定理デ

$$f_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{in } B-O \\ 0 & \text{in } F_i \end{cases}$$

$$0 \leq f_i(x) \leq 1$$

＋ル continuous function $f_i(x)$ が存在スル。

$\mathcal{M}$ が σ -complete 十ル＝ヨリ

$$f(x) = \text{g.l.b. } f_i(x) \quad (\text{lattice, 意味ナ})$$

＋ル $f(x)$ が $\mathcal{M}$ 内＝存在ス。先ヅ $0 \leq f(x) \leq f_i(x)$

ヨリ

$$f(x) = 0 \quad \text{in } O$$

ヲ得ル。 $f(x)$ が繼續十ル＝ヨリ、又

$$f(x) = 0 \quad \text{in } M = \overline{O}$$

デナケレバナラヌ。次＝

$$f(x) = 1 \quad \text{in } B-M$$

ヲ証明スル。若シ

$$0 \leq f(x_0) < 1 \quad x_0 \in B-M$$

＋ル x_0 が存在シタトスレバ Uryson / 定理デ

$$g(x_0) = 1$$

$$g(x) = 0 \quad \text{in } M$$

$$0 \leq g(x) \leq 1$$

＋ル continuous function $g(x)$ が存在スル。

然カモ、明カ＝

$$g(x) \leq f_i(x)$$

故 =

$$f(x) < f(x) \vee g(x) \leq f(x)$$

トナリテ矛盾スル。故 =

$$f(x) = 1 \quad \text{in } B - M$$

従ッテ $B - M$ ハ *closed* デナケレバナラヌ。即チ M ハ *open* デアル。

逆ハ *complete* / 場合ト同様デアル。

即チ、スベテノ σ -regular closed set が *open* トスル。今 $f_1(x) \geq f_2(x) \geq \dots \geq 0$ ノ *continuous functions* トスル。任意ノ正数 $\alpha =$ 對シ

$$E(x: f_i(x) > \alpha)$$

ハ *open set* デ、然ルニ

$$E(x: f_i(x) \geq \alpha + \frac{1}{n}) \quad (n = 1, 2, \dots)$$

ナル。可附番個ノ *closed set* / *sum* ナリ。

故 = , 又

$$F_\alpha = \sum_{i=1}^{\infty} E(x: f_i(x) > \alpha)$$

E 可附番個ノ *closed set* / *sum* デアル。即チ F_α ナル *open set* デアル。然ルトキハ

$$f(x) = \alpha \quad \text{in } \bigcap_{\varepsilon > 0} (\bar{E}_{\alpha-\varepsilon} - \bar{E}_{\alpha+\varepsilon})$$

ト置ケバ $\bar{E}_\alpha$ ハ *open* 且 γ *closed* ナル = ヨリ *complete* / 場合ト同様 = シテ

$$f(x) = g. l. b. f_i(x) \quad (\text{lattice 意味})$$

が証明サレル。

次ニ 既カ σ -complete デアルガ complete デナイ例ヲ舉ゲル。

例. B ヲ可附番個以上ノ点ヨリナル集合トスル。 B 内ノ特定ノ一点ヲ ∞ トスル。 ∞ 以外ハ皆孤立点。 ∞ ノ Umgebung ハ B ヨリ ∞ 以外ノ 高々有限個ノ点ヲ除イタ集合全体トスル。然ルトキハ B ハ *bicompact Hausdorff space* デアル。 B デ continuous + function $f(x)$ トハ、可附番個ノ点ヲ除イテ constant ニシテ $f(\infty) = \text{某シク}$ 。際カレタ可附番個ノ点デハ $f(x_i) \rightarrow f(\infty)$ デアルガ如キ function ナリ。コノ場合 既カ σ -complete デアルガ complete デハナイコトハ明カデアル。

又コノ例カヲ知レル如ク Bochner - Phillips (Annals 1941) ノ定理、即チ normal submodul ハ complementary デアル。ハ成立シナイ。例ヘバ $B - \infty = B_1 + B_2$ ナル disjoint + 可附番以上ノ集合ノ和トシテ表ハセバ

$$f(x) = 0 \quad \text{in } B_1, \infty$$

ナル continuous functions ノ全体ハ normal submodul デアルガ complementary デハナイ。

然シ私ノ定義シタ Projection ハ存在スル。(學士

院 1940). 如何ト+レバーツ / continuous function
 $f(x) = \text{orthogonal} + \text{continuous function}$
 ハ、 $f(x) \neq 0$ +ル x デ $0 =$ +ル function +リ。然
 ル $= f(x) = 0$ +ル x ; 全体ハ有限個、点カ、或ハBヨリ有
 限個ヲ除イタミ / テ、之レハ σ -regular closed set
 デアヤテ然カモ open デアル。* = II = 於ケル定理 = ヨリ
 $f(x) = \text{orthogonal} + \text{function}$ 全体ハ comple-
 mentary +リ。

故ニ私 / 定義シテ Projection ハ σ -complete /
 場合 = ハ Bochner-Phillips ノ様ニ擴張ハ出来 + イ。

(1941. 7. 20. 札幌 = テ)