



Title	單葉函數ニ関スル一定理ニ就キテ
Author(s)	春木, 博
Citation	全国紙上数学談話会. 1941, 221, p. 403-404
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74883
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

953, 單葉函數ニ關スル一定理ニ就キテ

春 木 博(神戶商大)

$f(z) = z + a_2 z^2 + \dots$ が $|z| < 1$ で正則單葉ナラバ $|a_2| \leq 2$ ナルコトが Bieberbach ニヨツテ証明サレタ。次ニ $f(z)$ が $|z| < 1$ で有理型單葉ナリトシタ場合ニ $|a_2|$ ノ極メヲ用キテ評價シテ見ヨウ。(單葉ナル故極ハタビラキデアアル)

(定理) $f(z) = z + a_2 z^2 + \dots$ が $|z| < 1$ で有理型單葉ナリトシ、ソノ極ヲ α トスレバ ($\alpha \neq 0$ ナルコトハ當然デアアル)

$$|a_2| \leq \frac{(1+|\alpha|)^2}{|\alpha|} + 2$$

右辺ノ値ガ best possible ナルコトハ

$$f'(z) = \frac{(\sqrt{5}-2)z}{z + (\sqrt{5}-2)(1-z)^2} \text{ニヨリテ驗証ナレル。}$$

(証明) $-1 < \alpha < 0$ ナリトシテ一般性ヲ損ジナイ。
 $\alpha = -r$ トオケバ ($0 < r < 1$)

$$\frac{h(z)}{(1-h(z))^2} = \frac{4r}{(1+r)^2} \frac{z}{(1-z)^2}$$

ヲ充ス函数 $h(z) = z + \dots$ ニヨツテ單位円 $|z| < 1$ ヲ單位円 $|w| < 1$ カラ $-1 < w \leq -r$ ヲ除イタ領域ニ等角ニ寫像スル。故ニ $g(z) = f\{h(z)\}$ トオケバ $g(z)$ ハ $|z| < 1$ ニテ正則且ツ單葉トナル。 $g(z)$ ヲ展開スレバ

$$\left(m = \frac{4r}{(1+r)^2}\right)$$

$$g(z) = mz + (a_2 m - 2m + 2)mz^2 + \dots$$

Bieberbach, 評價 = 3 //

$$|a_2 m - 2m + 2| \leq 2$$

∴ ∃ //

$$|a_2| \leq \frac{(1+r)^2}{r} + 2$$

即 ∴

$$|a_2| \leq \frac{(1+|\alpha|)^2}{|\alpha|} + 2$$