OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	合成体ノ Primideal ノ次數ニ関スルVassilionノ結果ニツイテ
Author(s)	守屋, 美賀雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1941, 221, p. 411-413
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74886
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

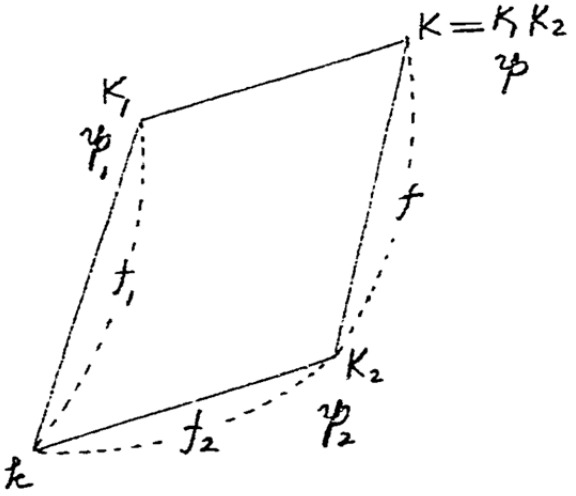
https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

956. 合成体ノ Primideal ノ次数ニ関スル Vassilion ノ結果ニツイテ

守屋美賀雄(北大)

代数体(有理数体ニ関シテ有限次) k, k ノ二ツノ有限拡大ヲ K_1, K_2 トシ, K ヲ K_1 ト K_2 トノ合成体トスル: $K=K_1K_2$. K カラーツノ Primideal $\mathfrak{P}$ ヲトリ, k, K_1, K_2 デ $\mathfrak{P}$ デ割リ切レル Primideal ヲ夫々 $\mathfrak{p}$, $\mathfrak{P}_1$, $\mathfrak{P}_2$ トスル。



$\mathfrak{P}_1$, $\mathfrak{P}_2$ ノ k ニ関スル次数ヲ f_1, f_2 トスレバ $\mathfrak{P}$ ノ K_2 ニ関スル次数 f ハ

$$\frac{f_1}{(f_1,f_2)}$$

ニ等シイトイフノガ Herbrand ノ lemma デアル(Herbrand, Théorie arithmétique des corps de nombres de degré infini, Math. Ann. 106巻). シカシ

コノ結果が正シクナイコトハ，筆者が曾テ指摘シテ置イタ（M. Moriya, über einen Satz von Herbrand, 北大理学部紀要第4巻）所ガソノ後（後トイフノハ筆者が論文ヲ見タノガ然デアッテ論文ノ出来タノハ Herbrand ノモノヨリ早イラシイガ）Ph. Vassilion ガ Rendi. Math. Palermo 56巻デ同様ナ結果ヲ得テ居ルコトヲ知ッタ．Vassilion ノ場合ハ K, ガ元ニ関シテガろあ体トイフ特別ナ制限ガツイテ居ルガ結果ハ矢張リ上記ノ Herbrand ノト同様ニナッテ居ル。

シカシコノ種ノ問題デ、ガろあ体トイフ性質ガ特別ニ効イテ、一般ノ場合ニハ誤リデアルガ、ガろあ体ノ場合ニハヨイトイフノハ少々虫ガヨスギハシナイカト思ヒ論文ヲヨク見タ所ガ、一番最後ノ所デ少々怪シ迄ナ論法ガ出テ来タ。ソレハ「K ニ於ケル p ノ剰餘体ガ K_1, K_2 ニ於ケル p_1, p_2 ノ剰餘体ノ合成体ニナル」トイフ事柄デコレハ証明ナシデハ少々受取リ難ク思ハレタ。

當時コレハ少々変ダト思ヒハシタガ別段ウマイ反証モ急ニハ出ナカッタノデ、ソノマヽニシテ置イタガ、先日偶然又 Vassilion ノ論文ヲ見ル機會ガアッタノデ、ソノ際少々考ヘテ見タラ矢張リ Vassilion ノ結果ハ誤リダトイフコトガワカッタ．以下 Vassilion ノ結果ガ成立シナイ例ヲ出シテ見ル。

基礎体 k ヲ特ニ有理數体 R トスル．

p ヲ $4k+1$ ノ形ノ素數．

$\mathfrak{q}$ ヲ p ガ mod. $\mathfrak{q}$ デ二次非剰餘トナルヨウナ素数

(例ヘバ $p=5$, $\mathfrak{q}=3$)

$K_1 = R(\sqrt{p\mathfrak{q}})$, $K_2 = R(\sqrt{\mathfrak{q}})$

$K = K_1 K_2$ デ素数 $\mathfrak{q}$ ヲ割リ切ル Primideal ヲ $\mathfrak{q}$ トシ K_1, K_2 デ $\mathfrak{o}_\mathfrak{q}$ デ割リ切レル Primideal ヲ夫々 $\mathfrak{q}_1$, $\mathfrak{q}_2$ トスル。

K_1/R, K_2/R ハ夫々 $\mathfrak{q}_1$, $\mathfrak{q}_2$ ヲ dishriminantenteiler トシテ有シテ居ル.

然ッテ $\mathfrak{q}_1$, $\mathfrak{q}_2$ ノ R ニ関スル次数ハ 1, 若モ Vassilion ノ結果ガ正シケレバ $\mathfrak{o}_\mathfrak{q}$ ノ K_2 ニ関スル次数ハ 1 トナリ $\mathfrak{o}_\mathfrak{q}$ ハ結局 R ニ関シテ一次ノ Primideal ニナル。

所ガ他方 K ハ部分体トシテ $K_0 = R(\sqrt{p})$ ヲ含ム、ソシテ K_0 ニ於テハ $\mathfrak{q}$ ハ分解シナイ (何故ナラ $\left(\frac{p}{\mathfrak{q}}\right) = -1$ ダカラ) 即チ $(\mathfrak{q})$ ハ K_0 ノ Primideal デソノ R ニ関スル次数ハ 2 トナル。

依ッテ $\mathfrak{o}_\mathfrak{q}$ ノ R ニ関スル次数ハ少クトモ 2 デナケレバナラナイ. 然シコレハ上記ノ Vassilion ノ結果ト一致シナイ。

—— 以上 ——